

ENERGIE ELECTRIQUE

(1^{ère} année)
2009 - 2010

**Généralités, circuits monophasés et triphasés,
transformateurs,
machines à courant continu,
champ tournant, machines synchrones & asynchrones**



Photo Alstom



Photo Leroy Somer

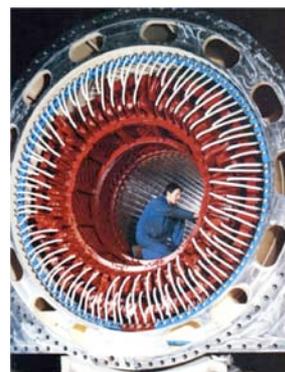


Photo Alstom

PASCAL TIXADOR

Ce document est un outil de travail pour le cours. Il contient de nombreux tableaux de valeur ou d'ordres de grandeur ainsi que quelques schémas et illustrations de matériel électrotechnique. Très souvent les formules importantes sont données. Les plus curieux d'entre vous trouveront certains développements mathématiques non entrepris en cours.

BIBLIOGRAPHIE

- “Eléments de Génie Electrique - Connaissances de base et machines statiques”, M. Ivanès, R. Perret, Hermès, Paris, 1994.
 “Electrotechnique industrielle”, G. Séguier, F. Notelet, Technique et documentation, Paris, 3^{ème} édition, 2006.
 “Entraînements électriques 1”, J. Fandino, R. Perret, E. Rullière, P. Tixador, Lavoisier, Paris, 2006, ISBN 2-7462-1305-2.
 “Entraînements électriques 2”, R. Perret, A. Foggia, E. Rullière, P. Tixador, Lavoisier, Paris, 2007, ISBN 978-2-7462-1557-3.
 “Machines Electriques”, Tomes 1 & 2, J. Chatelain, Dunod, 1984.
 “Lignes et Réseaux Electriques, vol. 1” Jean-Claude Sabonnadière et Nouredine Hadjsaid, Lavoisier/Hermès, ISBN 978-2-7462-1496-5
 “Les installations électriques”, P. Lagonotte, Editions Hermès, Paris, 2000.
 Les techniques de l'ingénieur.
 “Electrodynamique appliquée”, B. Nogarede, Editions Dunod, Paris, 2005, ISBN 2 10 007314 1.
 “Electric machinery and power system - Fundamentals”, S. J. Chapman, Mc Graw Hill, 2002, ISBN 0-07-122620-6.

CONTENU - TABLE DES MATIERES

ENERGIE ET ENERGIE ELECTRIQUE	8
ENERGIE ELECTRIQUE, INTRODUCTION, GENERALITES	10
1 Le génie électrique	10
1.1 Avantages de l'énergie électrique, chaîne de transmission électrique	
1.1 Etendu du génie électrique	
1.2 Facteurs d'évolution et de progrès	
1.3 Libéralisation du marché de l'énergie électrique	
2 Le système électrique et chiffres (issus de documents EDF)	17
SYSTEMES MONOPHASES	19
1 Sources d'énergie et éléments passifs	19
1.1 Source de tension (générateur de tension)	
1.2 Source de courant (générateur de courant)	
1.3 Conventions récepteur et générateur	
1.4 Eléments passifs R, L, C	
2 Lois générales des réseaux électriques linéaires	20
2.1 Loi de mailles	
2.2 Loi des noeuds	
3 Principe de superposition	21
4 Régimes permanent et transitoire	21
5 Théorèmes généraux	21
5.1 Théorème de Thevenin	
5.2 Théorème de Norton	
5.3 Transformation étoile-triangle (Kennelly)	
6 Définitions	22
6.1 Grandeur alternative	
6.2 Grandeur continue	
6.3 Grandeur efficace	
6.4 Grandeurs nominales ou assignées	
7 Grandeurs sinusoïdales (régime établi)	22
7.1 Notation complexe	
7.2 Impédance complexe	
8 Puissances	23

8.1 Cas général	
8.2 Cas sinusoïdal	
8.3 Récapitulatif	
8.4 Théorème de Boucherot	
SYSTEMES TRIPHASES	27
1 Présentation, définitions	27
2 Notation complexe, opérateur rotation	27
3 Couplages	27
3.1 Couplage étoile (Y, Y_n, y, y_n) : mise en commun d'une borne des phases	
3.2 Couplage triangle (D, d) : mise en série des trois phases	
4 Schéma TT : neutre à la terre, dangers de l'électricité	29
5 Puissances	30
5.1 Puissances en triphasé équilibré	
5.2 Mesure des puissances active et réactive en triphasé équilibré	
6 Etude des circuits triphasés équilibrés	31
6.1. Aucun couplage entre les phases	
6.2. Couplage symétrique entre les phases (exemple)	
6.3. Conclusion	
7 Intérêt du système triphasé	32
CIRCUIT MAGNETIQUE ET INDUCTANCES	33
1 Circuit magnétique	33
1.1 Champ magnétique	
1.2 Induction et flux magnétiques	
2 Inductances propres et mutuelles	34
2.1 Flux magnétique à travers un bobinage ou enroulement	
2.2 Inductance propre	
2.3 Inductance mutuelle	
TRANSFORMATEUR	37
1 Le transformateur	37
1.1 Intérêt d'augmenter la tension	
1.2 Limitations en tension	
1.3 Conclusion, intérêt des transformateurs	
2 Principe de fonctionnement, transformateur monophasé parfait	41
2.1 Principe et relations	
2.2 Transformation des impédances (transformateur parfait)	
2.2.1 Impédance secondaire	
2.2.2 Impédance primaire	
3 Transformateur réel - équations et schéma généraux	43
3.1 Mise en équations	
3.2 Schéma équivalent (figure 6.9)	
3.3 Fonctionnement à vide ($i_2 = 0$)	
4 Eléments très succincts de technologie	47
5 Chute de tension d'un transformateur réel	48
5.1 Schéma équivalent, équations de fonctionnement	
5.2 Diagramme de Kapp	
5.3 Eléments du diagramme de Kapp à partir des essais	
5.3.1 Plaque signalétique	
5.3.2 Essai à vide ($i_2 = 0$)	
5.3.3 Essai en court-circuit ($V_2 = 0$)	
6 Rendement d'un transformateur	50
7 Ordres de grandeurs, exemples de réalisation	51
8 Transformateurs spéciaux	51
8.1 Transformateurs de mesure, transformateur de courant	
8.2 Autotransformateur	
9 Transformateur triphasés	53
9.1 Circuit magnétique	

9.1.1	Trois unités monophasées	
9.1.2	Circuit magnétique unique	
9.1.2.1	A trois colonnes symétriques	
9.1.2.2	Circuit magnétique plan	
9.2	Couplage des enroulements primaires et secondaires	
9.3	Fonctionnement sur charge équilibrée	
9.3.1	Schéma équivalent	
9.3.2	Chute de tensions en charge	
9.4	Pertes et rendement	
9.4.1	Pertes à vide	
9.4.2	Pertes en charge	
9.4.3	Rendement	
11	Résumé	57
CONVERSION ELECTROMECHANIQUE		58
1	Structures	58
1.1	Conversions électromagnétique et électrostatique	
1.2	Notion de réversibilité - exemple	
1.3	Eléments des structures électromagnétiques	
1.4	Géométries des structures électromagnétiques	
1.4.1.	Structures tournantes	
1.4.2.	Structure linéaire	
2	Quelques considérations	62
3	Evolution des moteurs	63
MACHINES A COURANT CONTINU		64
1	Introduction	64
2	Constitution et représentation	64
3	Inducteur	65
3.1	Constitution	
3.2	Alimentation de l'inducteur	
4	Induit	66
4.1	Constitution	
4.2	Nécessité d'un commutateur : le collecteur	
4.3	Le collecteur, principe et constitution	
5	Caractéristiques	70
5.1	f.e.m. à vide ($I = 0$, machine figure 8.14)	
5.2	f.e.m. en charge ($I \neq 0$)	
5.3	Couple	
6	Pertes et rendement	72
7	Récapitulatif	73
8.8	Fonctionnement en génératrice	73
MOTEURS A COURANT CONTINU		74
1	Introduction	74
1.1	Exemples de moteurs à courant continu	
1.2	Equations de fonctionnement d'un moteur à courant continu	
1.3	Fonctionnement stable d'un moteur	
2	Moteur à excitation séparée	76
2.1	Caractéristique mécanique $\Gamma (\Omega)$	
2.2	Variation de vitesse par la tension d'induit (excitation donnée)	
2.3	Variation de vitesse par l'excitation (tension d'induit donnée)	
2.4	Fonctionnement général dans les quatre quadrants	
3	Machine série	80
3.1	Moteur à courant continu série	
3.2	Moteur universel	

4 Exemple de fonctionnement à vitesse variable, démarrage	81
4.1 Constantes de temps	
4.2 Démarrage	
5 Quelques réalisations de tension variable	84
5.1 A partir d'une source alternative	
5.2 A partir d'une source continue	
6 Résumé	84
CHAMPS TOURNANTS	85
1. Définitions	85
2. Champ tournant à partir d'un bobinage tournant	85
3. Champ tournant à partir de bobinages fixes	86
3.1 Etude qualitative	
3.2 Etude quantitative	
4. Champ fixe sinusoïdal	89
METHODES D'ETUDE DES MACHINES ALTERNATIVES	90
1 Equations électriques : loi de Lenz	90
2. Vecteur « tournant »	92
2.1 Vecteur « tournant » d'un système triphasé	
2.2 Puissance	
2.3 Valeur de k	
2.4 Cas d'un système équilibré	
MACHINES SYNCHRONES	95
1. Description	95
1.1. Inducteur	
1.2. Induit	
2. Principe	99
2.1. Fonctionnement à vide, f.e.m.	
2.2. Fonctionnement sur charge équilibrée, réaction magnétique d'induit, pôles lisses	
2.3. Récapitulatif machine synchrone	
3. Schéma équivalent	104
3.1. Schéma étoile, phase étoile	
3.2. Eléments du schéma équivalent	
4. Diagramme de fonctionnement pour un débit sur réseau	106
4.1 Diagramme de Behn Eschenburg, calcul du courant d'excitation	
4.2 Flux dans une machine synchrone reliée au réseau	
4.3 Puissances et couple	
5. Fonctionnement en moteur	110
6. Types d'alternateur	111
7. Ordres de grandeur	111
8. Résumé	111
9. Représentation de la machine synchrone par vecteur « tournant »	113
9.1 Vecteur « tournant » du flux à vide	
9.2 Vecteur « tournant » de la tension statorique	
9.3 Couple électromagnétique	

MACHINES ASYNCHRONES	115
1. Constitution, glissement	115
2. Fonctionnement	116
2.1. Marche en moteur	
2.2. Marche en génératrice	
3. Mise en équation	117
4. Schémas équivalents	119
5. Caractéristiques	121
6. Variation de vitesse	124
7. Ordres de grandeur	125
8. Résumé	125
9. Représentation de la machine asynchrone par vecteur « tournant »	127
Récapitulatif machines synchrone et asynchrone	129
ANNEXES	
Annexe 1 – Formules	132
Annexe 2 – Champ créé par un courant dans l'entrefer d'une machine	133
Annexe 3 – Mise en équation de la machine asynchrone	136
Annexe 4 – Petite chronologie de l'électricité	141

OBJECTIFS DU COURS D'ENERGIE ELECTRIQUE/ELECTROTECHNIQUE

L'électrotechnique est l'ensemble des sciences et techniques concernant l'usage de l'électricité comme vecteur d'une énergie. Cette énergie électrique est produite, dans l'immense majorité des cas, à partir d'énergie mécanique par des machines électriques. Elle est ensuite transportée par des lignes électriques et distribuée à des usagers. Ces derniers la transforment dans d'autres formes d'énergie, par exemple thermique ou mécanique.

Le but de l'enseignement d'électrotechnique de première année est l'étude de l'ensemble du système électrique de puissance depuis les machines électriques et la transformation de l'énergie électrique en passant par de la conversion statique ou électronique de puissance. On s'attachera à étudier de façon aussi élémentaire que possible les divers composants et d'en donner un modèle simple, mais souvent suffisant pour une première approche. Nous nous placerons délibérément du point de vue de l'utilisateur, et beaucoup moins du point de vue du constructeur.

Dans une première partie, nous nous attacherons à l'étude de la distribution de l'énergie, électrique sous forme de tensions et courants alternatifs monophasés (2 fils) ou triphasés (3 ou 4 fils). Nous mettrons en évidence les lois générales reliant les diverses grandeurs : puissances, intensités, tensions, impédances, etc, ...

La deuxième partie sera consacrée à l'étude des machines électriques. Celles-ci sont constituées de circuits électriques (conducteurs) étroitement imbriqués dans un circuit magnétique (fer en général), séparé par un isolant. Nous expliquerons le fonctionnement des diverses machines et en donnerons un modèle élémentaire. Les machines seront, dans l'ordre, les transformateurs, machines à courant continu et à courant alternatif (synchrone et asynchrone) sous forme de moteurs ou génératrices.

L'électronique de puissance sera introduite avec ses composants idéaux et ses principes. Les conversions statiques suivantes seront abordées : DC-DC (hacheurs), DC-AC (onduleur) et AC-DC (redresseurs).

ENERGIE ET ENERGIE ELECTRIQUE

L'énergie électrique n'existe pas telle quelle ; elle est produite à partir d'autres énergies dites primaires. La conversion est rarement directe sauf pour le photovoltaïque ou les piles à combustible. En général l'énergie primaire est transformée en énergie thermique (vapeur), qui est transformée en énergie mécanique (cinétique) dans des turbines qui entraînent un générateur électrique, convertisseur mécanique/électrique. Coté usage, l'électricité est de nouveau transformée en une énergie sous une forme utile (mécanique, thermique, ...).

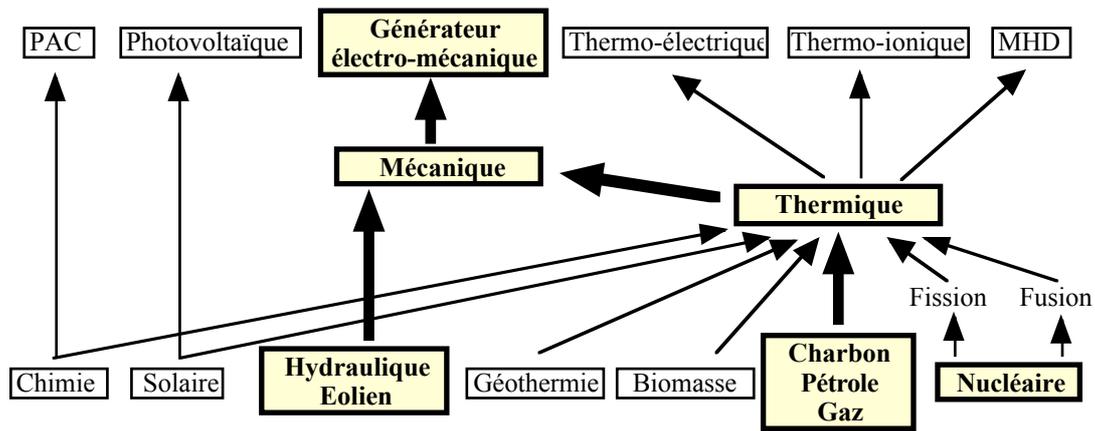


Figure 1 : principales origines de l'énergie électrique (les plus usuels en jaune).
 (« Lignes et réseaux électriques 1 », J.C. Sabonnadière, N. Hadjsaïd, Hermès/Lavoisier, ISBN 978-2-7462-1496-5)

C'est pourquoi l'électricité est essentiellement un vecteur énergétique, comme l'hydrogène. Elle transporte, avec un excellent rendement, de l'énergie facilement transformable aux deux bouts de la chaîne. Son rôle est absolument vital dans nos sociétés. Son principal inconvénient est le manque de stockage.

La figure 2 à gauche donne la répartition mondiale en 2001 des sources primaires. La figure 2 à droite montre que l'origine de l'énergie électrique a une répartition assez différente. La production d'énergie électrique consomme environ un tiers de l'énergie primaire de la planète.

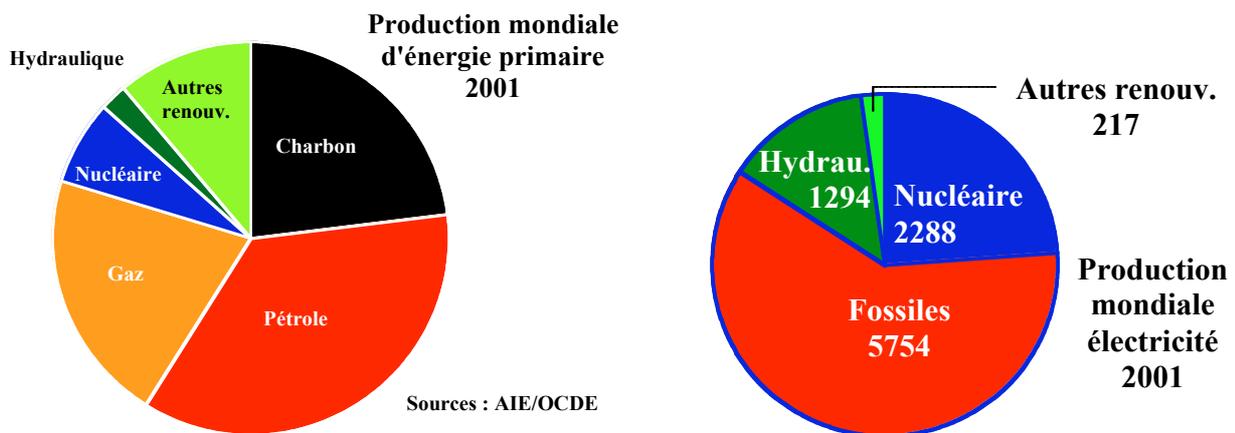


Figure 2 : répartitions mondiales des énergies primaires et des énergies transformées en électricité en 2001.

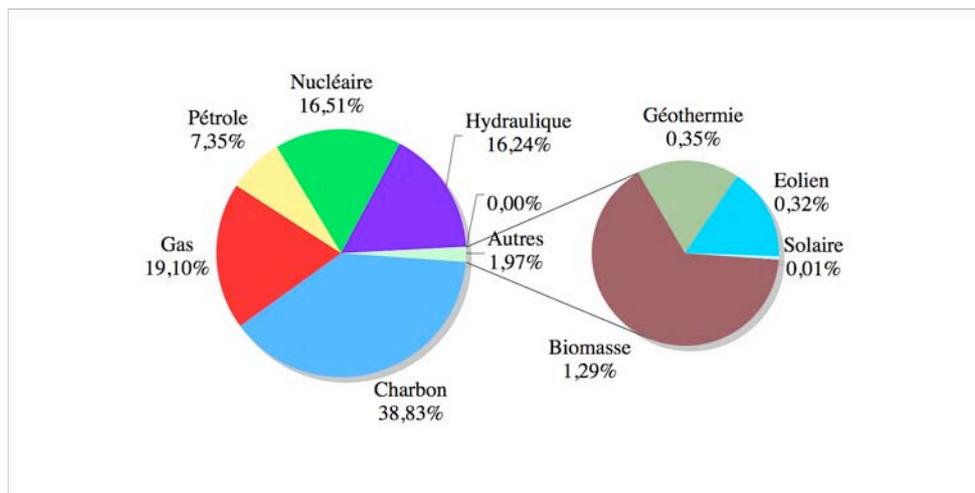


Figure 3 : répartition mondiale de production d'électricité en 2002 (source : IEA WEO (World Energy Outlook)).

Si la production d'énergie primaire a été multipliée par 4 entre 1950 et 2004, la production d'énergie électrique a été multipliée par 12, soit 3 fois plus. L'utilisation de l'énergie électrique s'est en effet multipliée dans tous les secteurs pour devenir omniprésente.

La figure 4 indique les énergies annuelles dans différentes zones mondiales avec leur évolution dans le temps. Cette figure indique la très forte progression, notamment en Asie. Cette augmentation paraît indispensable pour sortir une partie importante du monde de la grande pauvreté. Le challenge reste énorme pour que cette augmentation respecte l'environnement. La réponse est multiple avec un recours important aux énergies renouvelables, mais aussi au nucléaire et une augmentation des rendements ainsi que la capture et le stockage du CO₂.

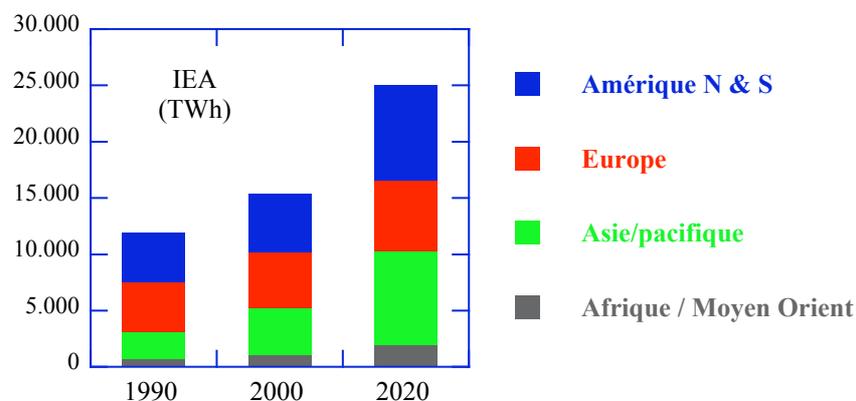


Figure 4 : consommation totale d'électricité dans le monde.

Cette figure 4 indique également la grande disparité entre les régions du globe. En 2001, les pays de l'OCDE consommaient 62 % de l'électricité mondiale alors qu'ils représentent 19 % de la population mondiale. La moyenne mondiale de consommation d'électricité par habitant était de 2 549 kWh, mais un Canadien consommait 18 173 kWh et un Africain 577 kWh (6 682 kWh dans la C. E.). En 2005 1,6 milliards d'habitants, soit plus du quart de la population mondiale, n'avait pas accès à l'électricité.

ENERGIE ELECTRIQUE

INTRODUCTION, GENERALITES

Génie électrique : domaine scientifique regroupant l'ensemble des techniques qui permettent la production, le transport, le traitement, la transformation et l'utilisation rationnelle de l'énergie électrique.
L'électricité est un excellent vecteur d'énergie avec de remarquables capacités de conversion et de transport.

Construction électrique (données Gimelec pour l'année 1996) :

- chiffre d'affaires : 47 Milliards de \$ dont 70 % export
- excédent commercial : 15 Milliards de \$
- emploi : 328 000 personnes dont 87 000 ingénieurs et cadres
- rang mondial : 4^{ème}
- rang en France : 2^{ème} après la construction aéronautique.

ORDRES DE GRANDEUR

Un appartement :	10 kW	(3/18 kW suivant taille et chauffage)
Téléphérique Vaujany	1 500 kW	
Un T.G.V. Paris Sud-Est	6 400 kW	
Ville de Voiron	20 000 kW	(environ 1 kW par habitant)
L'Alpe-d'Huez	21 000 kW	
Alternateur le plus puissant	1 530 000 kW	
Puissance max installée en France	114 100 000 kW	(EDF, 1997)

Ne pas confondre le kW, unité de puissance, avec le kWh qui est une unité d'énergie.

Un kWh correspond à la consommation d'un appareil d'un kW pendant une heure.

1 Le génie électrique

L'énergie électrique a pris son essor à la fin du XIX^{ème} siècle, mais elle reste un domaine extrêmement dynamique et innovant. Les performances toujours en progrès des systèmes électriques font que leurs champs d'application s'étendent de plus en plus en raison de sa grande flexibilité notamment (automobile, bateau, avion, espace, ..). En 50 ans, la consommation d'électricité a été multipliée par 12. Actuellement plus d'un quart de l'énergie primaire mondiale est utilisée pour produire de l'électricité. La dérégulation et la libéralisation des marchés de l'électricité modifient profondément les conditions et ouvrent une nouvelle ère pour l'industrie électrique.

1.1 Avantages de l'énergie électrique. chaîne de transmission électrique

L'électricité est une forme d'énergie très souple d'utilisation. Elle se transforme et se transporte facilement avec des rendements excellents. Ceux-ci sont remarquables sauf pour les très faibles puissances (W). Ils sont de l'ordre de 70 % pour les petites puissances (kW) et ils atteignent 99 % pour les dispositifs de très fortes puissances (100 MW) (99,6 % pour les très gros transformateurs).

Les moteurs électriques sont beaucoup plus souples d'emploi que leurs homologues thermiques. En particulier un moteur électrique peut développer un couple à vitesse nulle. Même en l'absence d'électricité disponible directement (trains sans caténaire, bateau, ...) l'entraînement est souvent électrique dû à sa souplesse. L'ensemble est appelé chaîne

de transmission électrique (Fig. 1). La turbine peut être alimentée par un réacteur nucléaire par exemple (sous marins ou porte avions nucléaires).

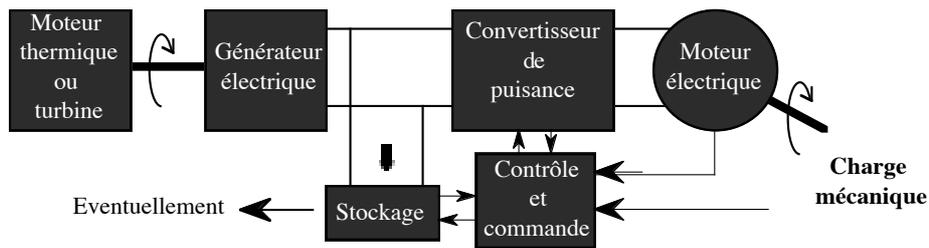


Figure 1 : chaîne de transmission électrique.

Certains véhicules électriques reprennent cette chaîne de traction appelée "hybride série". La turbine fonctionne selon un mode continu. Tournant à très haute vitesse, son rendement est élevé et sa puissance massique forte, mais le bruit reste encore important.

1.2. Etendu du génie électrique

De 1950 à nos jours, la consommation d'énergie électrique a été multipliée par 12 alors que la consommation d'énergie primaire a été « seulement » multipliée par 4. La figure 2 montre des exemples de la part croissante prise par l'énergie électrique. Elle donne l'évolution de la puissance électrique dans le monde et celle consommée par un véhicule de milieu de gamme : 500 W dans les années 70, 2000 W actuellement et 5000 à 6000 W prévues dans 5 ans. Ces valeurs nécessitent une montée en tension (38 – 42 V). Outre les capteurs, les actionneurs électriques vont se multiplier à bord des voitures : soupapes électromagnétiques, compresseur de climatisation, assistance de freinage, ... De même l'avion s'électrifie ce qui nécessite d'améliorer les performances massiques des générateurs (tableau 1).

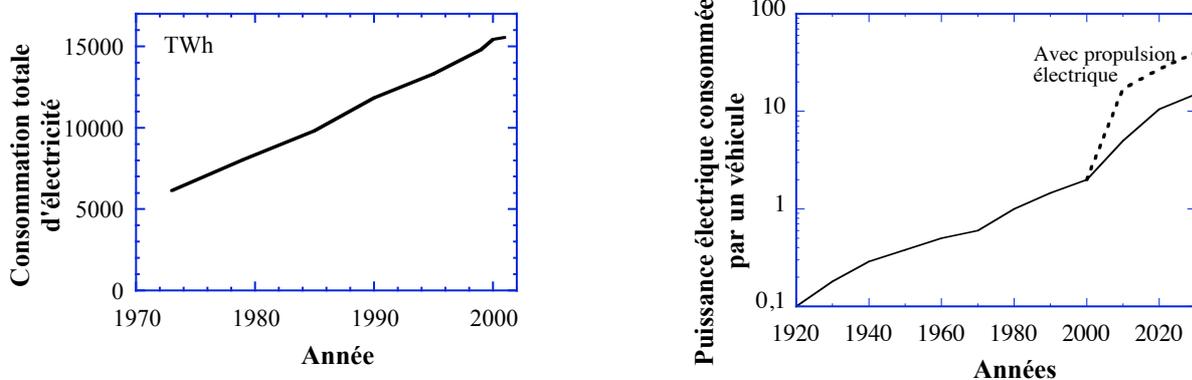


Figure 2 : évolution de consommation d'électricité dans le monde et de la puissance électrique installée dans une voitures (Delphi).

Appareil	1er vol	Puissance installée	Puissance massique des générateurs
Super caravelle	1965	2 x 40 kVA	670 W/kg
A 300	1972	2 x 90 kVA	1 500 W/kg
A320	1987	2 x 90 kVA	1 500 W/kg
A340 - 600	2001	4 x 90 kVA	1 500 W/kg
A 380	2005	5 x 150 kVA	2 310 W/kg

Tableau 1 : évolution des puissances installées à bord des Airbus (B. Nogaredo)

Les bateaux sont un autre exemple où l'énergie électrique se développe. Les navires optent de plus en plus pour la propulsion électrique, notamment les navires de croisière. La propulsion électrique, par un contrôle précis et progressif de la vitesse des hélices, permet une précision de manoeuvre remarquable et inégalable. L'énergie électrique a permis de modifier et d'optimiser l'architecture même du bateau en supprimant le gouvernail. Les moteurs de propulsion sont dans des nacelles orientables fixées sous la coque, à l'extérieur des navires (POD) (Fig. 3). Le Queen Mary II (Fig. 3) est le plus grand paquebot du monde avec ses 150 000 tonnes (longueur : 345 m, largeur : 41 m ; hauteur maximale : 72 m). Il transportera jusqu'à 2620 passagers. La propulsion (vitesse maximale de 30 noeuds soit environ 50 km/h) sera assurée par 4 pods de 19,5 MW, deux fixes et deux libres de pivoter à 360 °. L'énergie électrique (118 MW) sera fournie par deux turbines et des moteurs diesel.



Figure 3 : Queen Mary (4 x 19,5 MW) et PODs (2x19,5 MW) du navire "Millenium" (documents Alstom).

La traction ferroviaire est un autre exemple du dynamisme du génie électrique avec la grande réussite technique et commerciale des T.G.V.. Les T.G.V. eux mêmes ont subi de profondes évolutions depuis les premières rames P.S.E. (Paris Sud Est) à moteurs à courant continu jusqu'au T.G.V. EUROSTAR à motorisation asynchrone alimentée par des modules IGBT. L'histoire continue avec les T.G.V. pendulaires et les T.G.V. nouvelles générations qui visent des vitesses commerciales de 400 km/h. Le TGV possède le record de vitesse sur rail avec 574,8 km/h en 2007.

Le domaine du génie électrique est très vaste, il ne se cantonne pas seulement aux moteurs et lignes électriques. Le médical par exemple fait appel de plus en plus aux dispositifs électriques pour le diagnostic en particulier. Citons les imageurs médicaux (Fig. 4) qui utilisent en général un gros électroaimant supraconducteur pour créer une induction élevée (1,5 T, voire plus) dans un volume important.



Figure 4 : aimant supraconducteur pour imageur IRM (Imagerie par Résonance Magnétique) (photo Alstom).

Une des voies les plus avancées pour la fusion thermonucléaire est le confinement magnétique du plasma maintenu à des centaines de millions de degrés. Il existe principalement deux systèmes magnétiques : le tokamak et le stellarator (Fig. 5). Les contraintes sont telles que seules les solutions supraconductrices sont envisageables d'un point

de vue économique. Là encore, il s'agit de machines électriques tout à fait exceptionnelles qui nécessitent de repousser les limites technologiques et constituent de beaux challenges pour les ingénieurs électriciens.

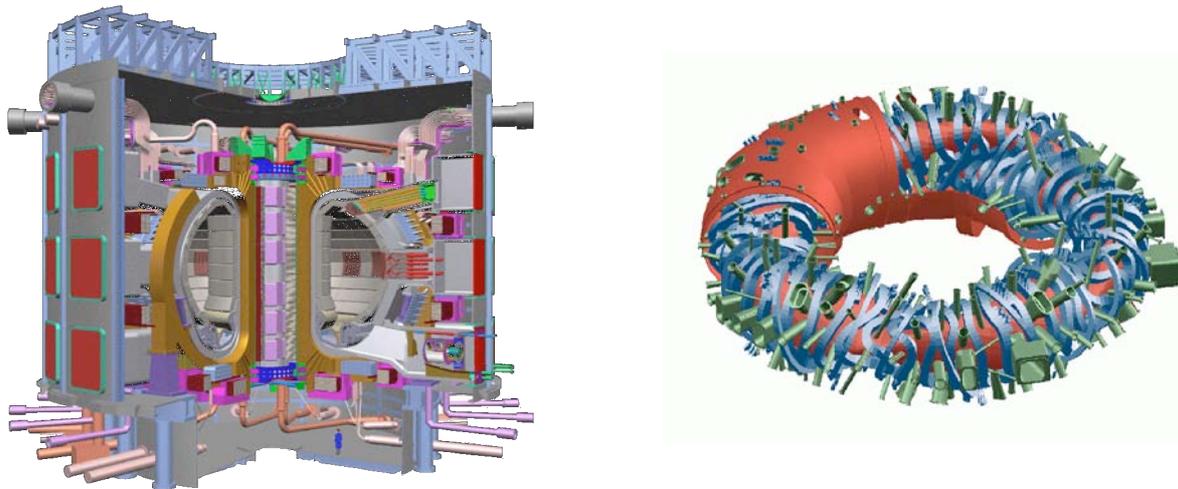


Figure 5 : fusion thermonucléaire contrôlée, tokamak et stellarator.

A l'opposé de ces réalisations gigantesques, l'électrotechnique se développe aussi beaucoup dans le domaine très en pointe des microtechnologies. Celles-ci exigent des milli ou miro actionneurs (Fig. 6) toujours plus puissants, petits, efficaces et intelligents intégrant de nouvelles fonctionnalités pour détecter, mesurer, agir et communiquer ... Les développements sont nombreux.

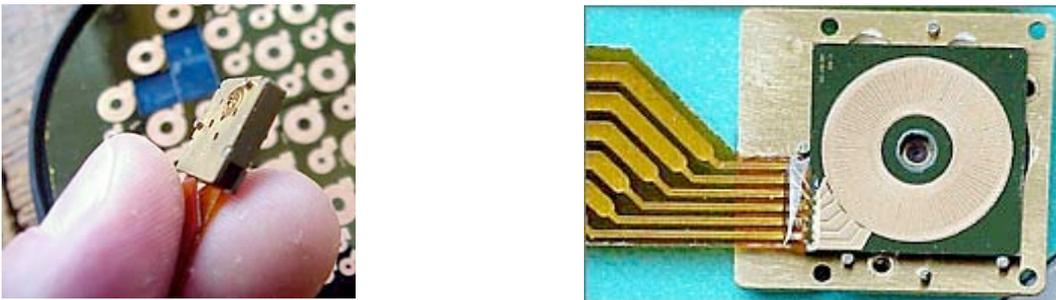


Figure 6 : micro-technologies - micro-machines (à droite : stator triphasé sur Si 1 cm²) (doc. G2Elab).

1.3. Facteurs d'évolution et de progrès

L'évolution du matériel électrique est liée à la progression des matériaux de base, notamment les matériaux magnétiques, à l'apparition de nouveaux matériaux (nanocristallins, supraconducteurs, ...). Les supraconducteurs pourraient modifier profondément les appareils actuels et offrir de nouvelles fonctionnalités. Les aimants permanents se développent, en particulier dans le domaine des moteurs électriques à hautes performances massiques.

La conversion électronique de l'énergie a considérablement évolué récemment grâce à l'apparition de nouveaux composants de puissance : thyristors puis GTO (Gate Turn-Off) et enfin les transistors IGBT (Insulated Gate Bipolar-Transistor). Faciles à commander et avec peu d'énergie, les IGBT progressent en termes de puissances et arrivent en force, étant produits en grande série à bas prix. Les moteurs (9 MW) de propulsion du navire "Mistral" sont alimentés par deux convertisseurs de 4,5 MW avec des IGBT 3300 V/1200 A. La compacité de ces convertisseurs est remarquable : 4,5 MW dans 0,65 m³. La mise en oeuvre du composant est un élément fondamental. La thermique jouent un rôle considérable et de nouvelles voies sont explorées comme le refroidissement direct avec la circulation de fluide caloporteur directement dans la puce de silicium ($T_j^{\max} = 125 \text{ °C}$) pour mieux la refroidir et faire ainsi transiter davantage de puissance.

Enfin le Carbure de Silicium (SiC) est une voie d'avenir. Le SiC peut en effet résister à des fortes températures (600 °), est très rapide et supporte de très grandes densités de courant et de très fortes tensions. Les composants SiC peuvent remplacer très avantageusement les composants Si en diminuant les pertes par commutation, améliorant les rendements, supprimant les radiateurs (excellente tenue en température) et diminuant les volumes. Leur procédé reste en plus totalement compatible avec la filière silicium classique, soit un atout considérable. Mais le SiC ouvre également de nombreuses et nouvelles perspectives, difficilement accessibles avec le Si. Le champ de claquage élevé du SiC laisse entrevoir des applications jusqu'à 20 kV tant dans le domaine de la traction électrique que des dispositifs électroniques pour les réseaux électriques. Le SiC permet de repousser d'une décade la limite en fréquence du Si et son excellente tenue en température le rend particulièrement adaptée aux applications "chaudes".

La commande des composants de puissance a beaucoup évolué aussi grâce aux microprocesseurs toujours plus puissants. Ceux-ci exécutent très rapidement des algorithmes de commande et de régulation de plus en plus sophistiqués qui permettent un contrôle en temps réel. Avec la commande se développe le diagnostic des systèmes via le traitement numérique de données. A partir de grandeurs comme la tension ou le courant, il est possible de détecter des défauts (court-circuit dans un bobinage, décentrement de la partie tournante, ...) et de déclencher alors une procédure particulière (arrêt, marche en régime dégradé, programmation d'une opération de maintenance, etc., ...). Ce point est très important compte tenu de l'aspect souvent stratégique des dispositifs électriques.

Les progrès des ordinateurs a permis le développement important de la modélisation-simulation numérique (Fig. 7), autre élément clé de l'amélioration des matériels électriques. Les logiciels sont de plus en plus précis ; ils prennent de mieux en mieux en compte les phénomènes physiques y compris complexes. Ils permettent d'optimiser les appareils en liaison avec d'autres logiciels spécifiques. Ces outils de modélisation et de conception sont devenus des aides précieuses et indispensables pour le dimensionnement.

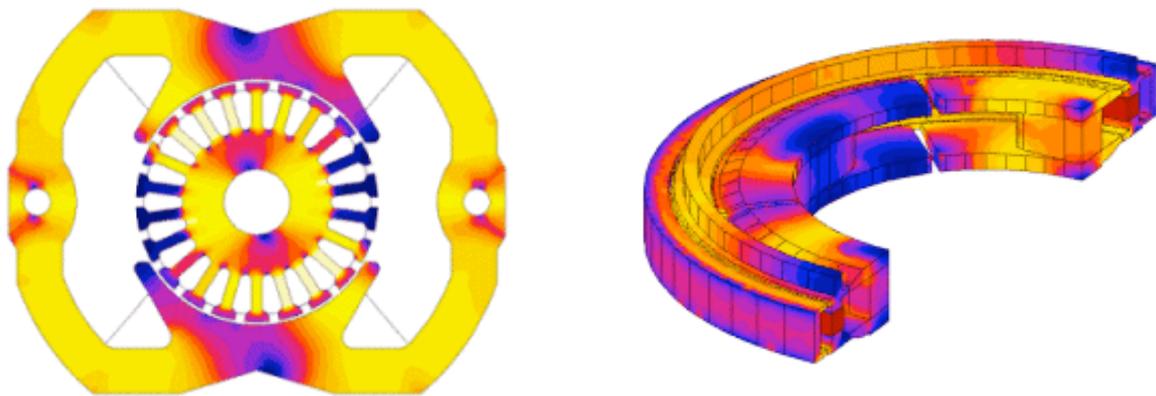


Figure 7 : répartitions de l'induction magnétique dans un moteur et dans une suspension magnétique.
Logiciels d'éléments finis FLUX2D et FLUX3D (www.cedrat.com).

De nouvelles contraintes apparaissent et elles nécessitent de s'adapter rapidement. Il est cependant préférable de les anticiper pour rester dans le peloton de tête et gagner de nouveaux marchés par sa position de pionnier. La compatibilité électromagnétique est une contrainte qui se renforce rapidement. Les normes sont de plus en plus sévères. Il faut repenser les systèmes à la base pour concevoir des appareils intrinsèquement peu bruyants d'un point de vue électromagnétique plutôt que d'imaginer des filtres et blindage. Ceux-ci sont rapidement moins performants en termes économique ou de masse. Les contraintes écologiques font parties des nouvelles données à intégrer : réduction ou suppression de fluide caloporteur comme l'huile, le fréon, ... La construction de nouvelles lignes électriques devient de plus en plus difficile et il faut imaginer de nouvelles technologies ou repousser les limites des lignes actuelles. La qualité de l'énergie électrique est une demande croissante et pressante. De nombreux clients exigent une énergie propre (taux d'harmonique faible) sans creux ni coupure de tension.

Les réseaux électriques vont devoir s'adapter rapidement à la libéralisation/dérégulation du marché de l'électricité même si ils ont toujours fait l'objet de progrès constants. Les FACTS (Flexible Alternating Current Transmission System) en sont un exemple. Un FACTS est un système statique d'électronique de puissance installé dans

le réseau électrique pour améliorer son fonctionnement et la qualité de l'énergie en augmentant sa stabilité, son contrôle et sa capacité de transport. La synchronisation par GPS des générateurs pour accroître les capacités de transferts des réseaux en est un autre (Fig. 8).

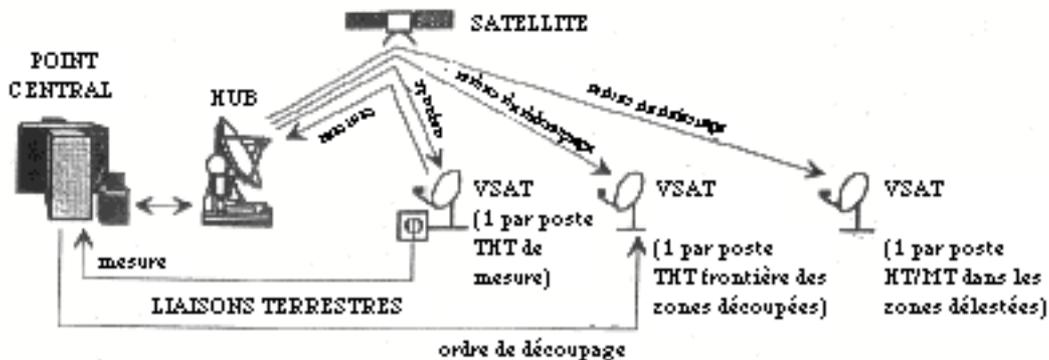


Figure 8 : synchronisation du réseau électrique via GPS (Global Satellite System).

Les réseaux doivent prendre en compte la part croissante de production décentralisée comme celle issue des éoliennes (Fig. 9). Les piles à combustibles sont une autre voie d'avenir et propre pour la production décentralisée. Les réseaux électriques verront des changements profonds dans l'avenir. Le choix historique des fréquences industrielles 50-60 Hz est par exemple remis en question (liaisons continues) grâce aux progrès de l'électronique de puissance.



Figure 9 . : champ d'éoliennes (photo REE).

Développées pour les systèmes embarqués (conquête spatiale), les piles à combustible sont envisagées aussi en stationnaire. Leur principe de fonctionnement est très simple et très "écologique", c'est l'inverse de l'électrolyse de l'eau. La cellule élémentaire est constituée de deux électrodes séparées par un électrolyte. Alimentée par de l'oxygène et de l'hydrogène, la pile produit de l'électricité, de l'eau et de la chaleur (Fig. 10). Le rendement de la conversion d'énergie chimique en énergie électrique peut être élevé, environ 50 % et cette valeur peut être augmentée en récupérant la chaleur produite lors de la réaction ; le rendement peut alors atteindre 70 %. Sans partie tournante, les piles à combustible sont très peu sonores. L'hydrogène peut être remplacé par du méthanol mais, avec des performances moindres et des complications technologiques. L'hydrogène reste délicat à stocker. Il peut être produit à côté de la pile à partir d'autres carburants comme du méthanol ou des hydrocarbures par reformage. L'électricité produite est d.c. mais un convertisseur, un onduleur, peut facilement et avec un excellent rendement la transformer en a.c..

Le champ des applications envisagées des piles à combustible est très vaste depuis l'alimentation de téléphones portables jusqu'à la production d'électricité dans les réseaux en passant par la propulsion électrique automobile. De nombreux prototypes fonctionnent, notamment des bus. Ces nombreux prototypes et installations fonctionnent, mais

leurs développements restent encore fortement limités par le coût élevé de cette technologie. La réduction des coûts par une production en série n'est pas suffisante pour atteindre des valeurs compétitives et de nombreuses recherches et développements sont nécessaires pour faire sauter les verrous technologiques, comme les catalyseurs, les membranes, les durées de vie, ...

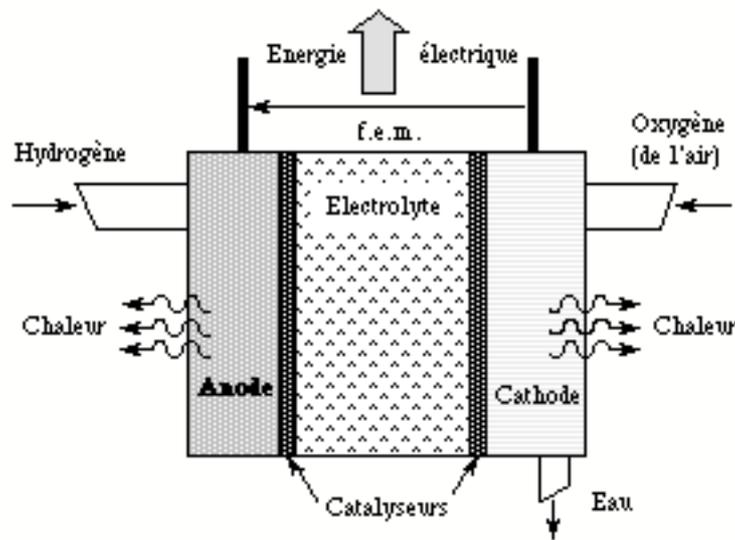


Figure 10 : schéma de principe de la pile à combustible.

1.4. Libéralisation du marché de l'électricité

L'ouverture du marché de l'électricité à la concurrence (libéralisation) a été lancée en 1996 par une directive Européenne. La transposition française date du 10 Février 2000. Le 1er Juillet 2000 était créé RTE (Réseau de Transport d'Electricité), gestionnaire unique du réseau public de transport de l'électricité en France. RTE est une entité indépendante dans le groupe EDF avec des comptes séparés entre autres. Il assure l'équité d'accès des acteurs au marché français et les échanges avec les pays voisins. RTE garantit la continuité et la qualité du système électrique à haute et très haute tensions. La libéralisation fait que les consommateurs "éligibles" peuvent choisir librement leur fournisseur. Le seuil d'éligibilité français est passé à 7 GWh/an depuis le décret du 5 Février 2003. Avec ce seuil, 37 % du marché français est ouvert à la concurrence, soit environ 3200 sites industriels ou tertiaires. Depuis le 1er juillet 2007 le marché est totalement ouvert et tous les consommateurs peuvent se fournir librement en électricité.

Avec la libéralisation, l'électricité devient une marchandise avec les lois du marché, mais ses caractéristiques bien particulières comme son stockage extrêmement limité ou les lois de Kirchhoff compliquent son négoce. Il existe plusieurs bourses de l'électricité où se négocient heure par heure et s'échangent les MWh. Ainsi en Août 2003 le prix du MWh a atteint le record de 2000 Euros sur la bourse d'Amsterdam alors que le prix moyen est de 25 à 30 Euros. Sur la bourse électrique parisienne (Powernext, créée le 27 Novembre 2001) le MWh se négociait en Août à 1000 Euros pour les heures de pointe. Le MWh est devenu un produit financier, des spéculateurs peuvent acheter de l'électricité pour une livraison physique dans trois mois anticipant une forte hausse ou un hiver rigoureux, quitte à le revendre avant sa livraison avec une plus value ... En France, RTE et son centre de répartition (dispatching) national pilote en temps réel le réseau, ajustant constamment production et consommation, indépendamment des bourses de l'électricité. Les ajustements proviennent principalement du producteur EDF, mais d'autres acteurs peuvent faire des offres depuis Avril 2003.

2 Le système électrique (Fig. 11) et chiffres (issus de documents EDF)

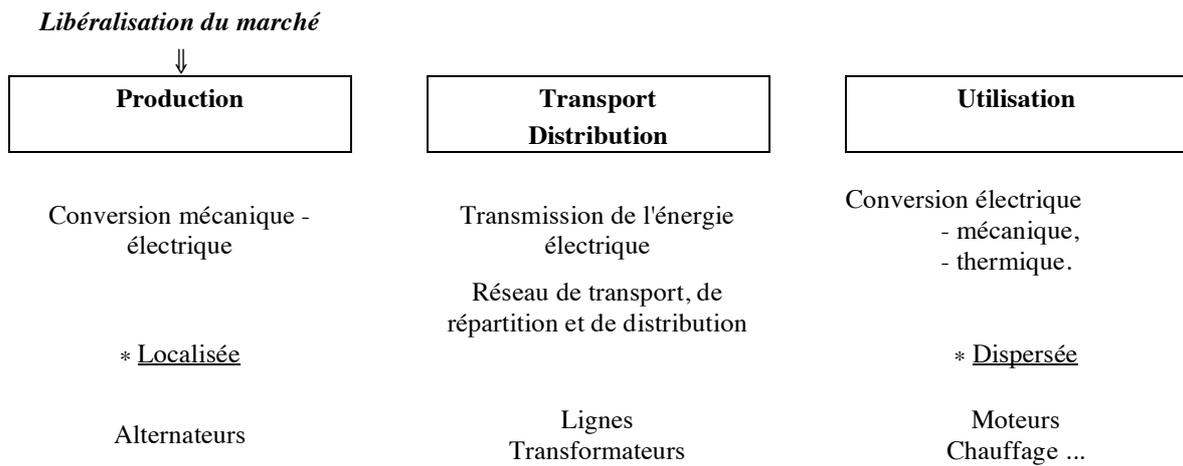


Figure 11 : Ensemble du système électrique.

Ce schéma simple du système électrique avec production centralisée est en train de changer profondément avec la libéralisation du marché de l'énergie électrique. Celle-ci introduit une production décentralisée (production de petite et moyenne puissances) qui va restructurer complètement le système électrique.

Production totale en 2007 :

- puissance maximale installée en France : 115,9 GW (1 GW = 10^9 W = 156 TGV Sud-Est)
- production nette : 544,7 TWh $\langle P \rangle_{\text{année}} = 62,2$ GW.

		Puissance installée (GW)	Production annuelle (TWh)
Thermique	Nucléaire	63,3 (54,6 %)	418,6 (76,85 %)
	Classique	24,1 (20,8 %)	55 (10,1 %)
Hydraulique	Fil de l'eau	7,6	33,3
	Eclusées	4,3	10,7
	Lac	9,3	12,6
	Pompage	4,2	6,6
Renouvelable non hydraulique	Eolien	2,2	4,0
	Autre	0,9	3,9

Tableau 2 : équipement et production d'électricité en France en 2007.

Répartition par activités en 2007 :

- Consommation intérieure nette (y compris pertes) : 480,3 TWh

{	<i>énergie</i> 30,2 (7,9%) <i>industrie</i> 128,2 (33,7%) <i>tertiaire et agriculture</i> 73,4 (19,3%) <i>usage prof. et service public</i> 31,8 (8,4%) <i>usage domestique</i> 115,5 (30,3%) <i>divers</i> 1,5 (0,4%)
---	---
- Pertes sur tous les réseaux : 32,1 TWh (5,9 %)
- Consommation pour le pompage : 7,7 TWh

Echanges avec l'étranger en 2007 :

Importations : 27,5 TWh (Espagne, Belgique...)
Exportations : 83 TWh (Royaume-Uni, Italie, Allemagne, Suisse...)
Solde exportateur: 55,5 TWh (12,3 % production)

Extrêmes enregistrés en 2007 :

- Puissance maximale appelée : 89 GW le 17 Décembre 2007.
- Puissance minimale appelée : 31,6 GW le 19 Août 2007.
- Journée la plus chargée : 1932 GWh le 19 Décembre 2007 ($\langle P \rangle_{\text{journée}} = 80,5 \text{ GW}$).

Pays	Productions		Consommations nettes
	Totales	Nucléaires	
Etats Unis	3211	610 (19 %)	2874
Japon	855	249 (29 %)	797
Canada	516	89 (17 %)	431
Allemagne	488	145 (30 %)	467
France	451	350 (78 %)	356

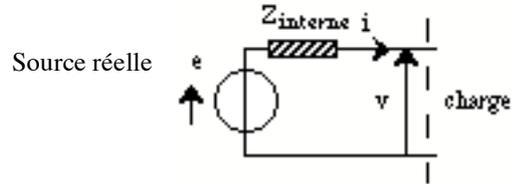
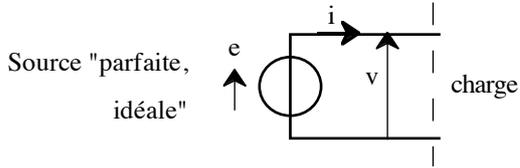
Tableau 3 : comparaisons internationales (TWh, 1995) (total mondial annuel : 10 700 TWh).

SYSTEMES MONOPHASES

1 Sources d'énergie et éléments passifs

1.1 Source de tension (générateur de tension)

Représentation :



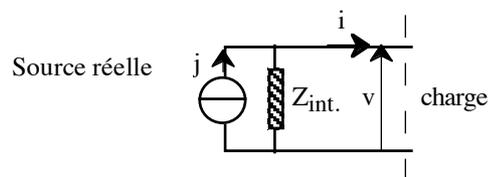
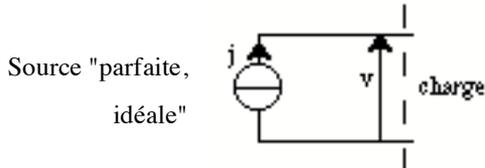
La source de tension impose la tension, le courant est défini par la charge.



Ne jamais court-circuiter une source de tension, sauf si l'impédance interne est suffisante.

1.2 Source de courant (générateur de courant)

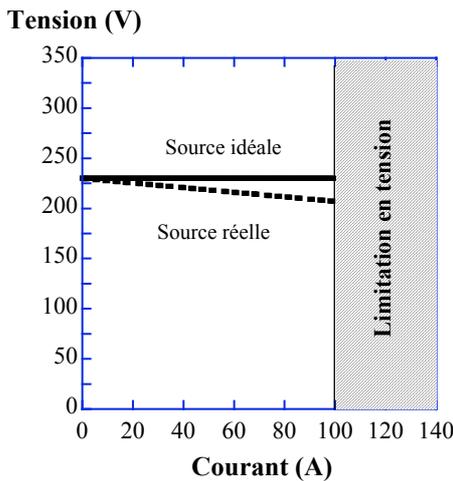
Représentation :



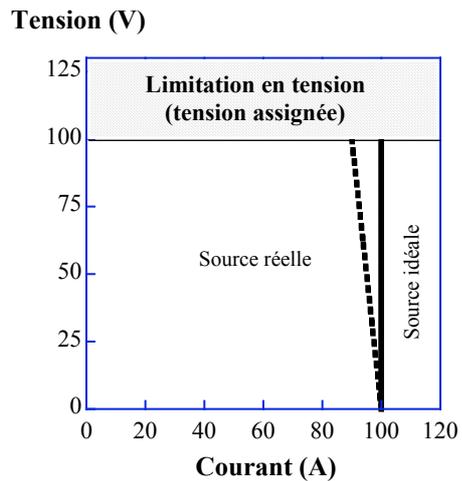
La source de courant impose le courant, la tension est définie par la charge.



Ne jamais laisser une source de courant en circuit ouvert, toujours la court-circuiter au repos.



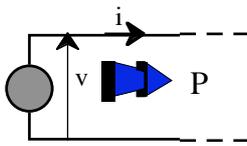
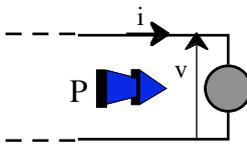
Caractéristique V(I) source de tension



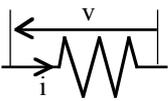
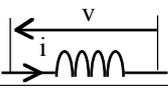
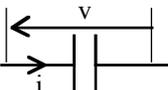
Caractéristique V(I) source de courant

	Tension	Courant	Impédance interne	Etat non utilisé
Source de tension	Imposée par la source	Fixé par la charge	Nulle / faible	Circuit ouvert
Source de courant	Fixée par la charge	Imposé par la source	Infinie / élevée	Court circuitée

1.3 Conventions récepteur et générateur

	CONVENTION GENERATEUR	CONVENTION RECEPTEUR
	 <p>v et i dans le même sens</p>	 <p>v et i en sens inverse</p>
Système absorbe de l'énergie électrique	$P < 0$	$P > 0$
Système fournit de l'énergie électrique	$P > 0$	$P < 0$
Loi de Lenz	$e = - \frac{d\phi}{dt}$	$e = \frac{d\phi}{dt}$

1.4. Eléments passifs R, L, C

Eléments	Unité	Représentation	Relation tension - courant (Conv. récepteur)	Remarques Type de récepteur
R (Résistance)	Ω (Ohm)		$v = R i$	
L (Inductance)	H (Henry)		$v = L \frac{di}{dt}$	Le courant ne peut pas subir de discontinuité à travers une inductance (arc électrique), récepteur type « courant » .
C (Capacité)	F (Farad)		$i = C \frac{dv}{dt}$	La tension ne peut pas subir de discontinuité à travers une capacité, récepteur type « tension » . Un condensateur est un élément dangereux, en général connecter résistances à ses bornes pour sa décharge.

L'inductance et la capacité sont des modèles mathématiques. Les éléments réels correspondant sont le condensateur et la bobine d'inductance (ou bobine). Pour tenir compte des imperfections de la réalité par rapport au modèle mathématique, on rajoute souvent une résistance (en parallèle avec la capacité, en série avec l'inductance).

1.5. Règle d'alternance source/récepteur

Il est indispensable d'alterner les natures de la source et du récepteur. Cette règle sera importante en électronique de puissance. Une source de tension doit débiter dans un récepteur de type courant (inductance, mais absolument pas dans une capacité) alors qu'une source de courant doit être reliée à un récepteur de type tension (capacité et absolument pas une inductance).

2 Lois générales des réseaux électriques linéaires (lois de Kirchhoff)

2.1 Loi de mailles

La somme des tensions algébriques le long d'un circuit fermé est nulle.

2.2 Loi des noeuds

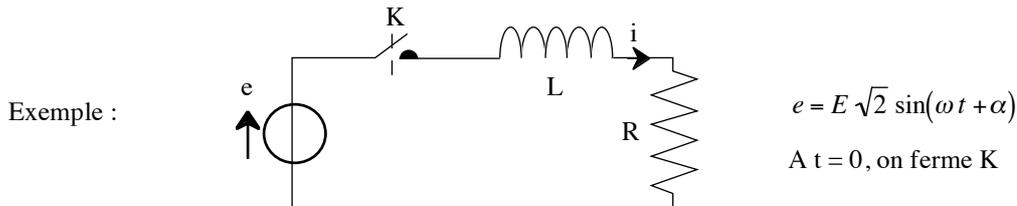
La somme des courants algébriques arrivant à un noeud est nulle.

3 Principe de superposition

Les grandeurs d'un réseau linéaire comportant plusieurs sources sont la somme des grandeurs résultantes de chaque source prise séparément :

- sources de tension sont remplacées par des courts-circuits ($e = 0$),
- sources de courant sont remplacées par des circuits ouverts ($i = 0$).

4 Régimes permanent et transitoire



$$e = E \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) = R i + L \frac{di}{dt}$$

On obtient compte tenu des conditions initiales :

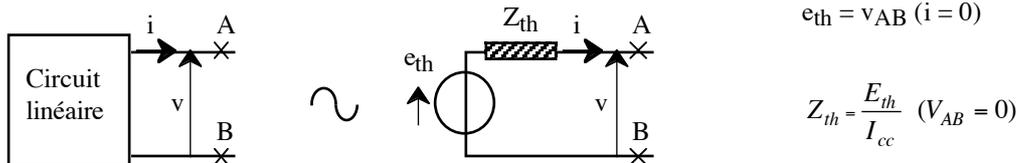
$$i(t) = \underbrace{\frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi)}_{\text{Régime permanent}} - \underbrace{\frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{Régime transitoire}}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{L\omega}{R} \\ \tau &= \frac{L}{R} \end{aligned}$$

5 Théorèmes généraux

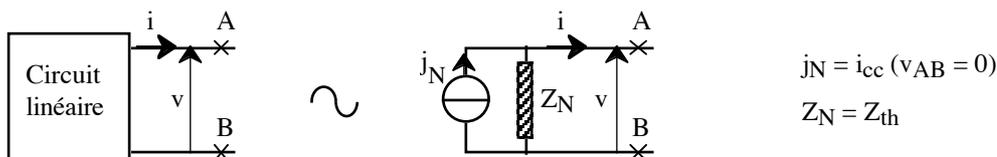
5.1 Théorème de Thevenin

Tout circuit linéaire vu entre deux bornes est équivalent à une source de tension en série avec une impédance interne.



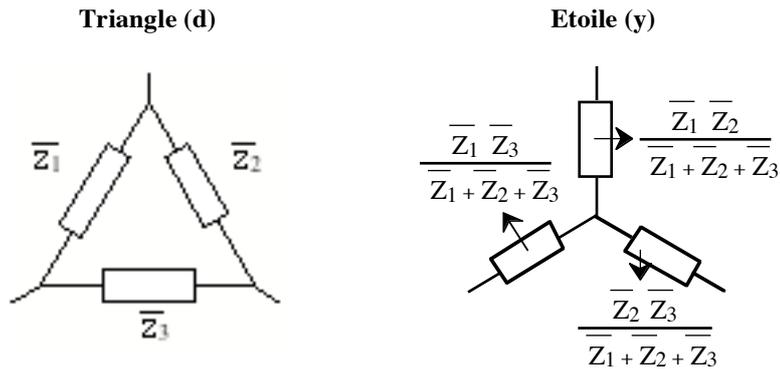
Z_{th} : impédance équivalente du circuit en le rendant passif (sources de tension court-circuitées, sources de courant en circuit ouvert).

5.2 Théorème de Norton



C'est le théorème dual du théorème de Thevenin. Il est moins utilisé en électrotechnique que le précédent, on utilise de préférence des sources de tension. Tout circuit linéaire vu entre ses deux bornes est équivalent à une source de courant en parallèle à une impédance interne.

5.3 Transformation étoile-triangle (Kennelly)



Cas particulier : $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z}_d \Rightarrow \overline{Z}_y = \frac{\overline{Z}_d}{3}$

Systemes étoile et triangle équivalents

6 Définitions

6.1 Grandeur alternative : moyenne nulle.

6.2 Grandeur continue : moyenne non nulle.

6.3 Grandeur efficace

Si g est une grandeur périodique (période T), on définit sa valeur efficace G : $G^2 = \frac{1}{T} \int_0^T g^2 dt = f \int_0^T g^2 dt$

C'est une grandeur très importante notamment pour le courant car elle caractérise les pertes Joule qui dimensionnent en général le système électrotechnique : Pertes Joule = $R I^2$ (I : valeur **efficace** du courant).

6.4 Grandeurs assignées (nominales)

Les valeurs assignées caractérisent le fonctionnement nominal. Celui-ci correspond au régime pour lequel le matériel a été prévu et dimensionné par le constructeur dans le cadre du cahier des charges. En général, les grandeurs assignées sont indiquées sur la plaque signalétique apposée sur le matériel. Ce sont les valeurs à ne pas dépasser en régime permanent. Grandeurs de base pour la construction de l'appareil, les grandeurs assignées correspondent également aux garanties du constructeur et aux essais. La dénomination assignée remplace l'ancienne (nominale) qui est encore souvent utilisée.

Lorsque la tension assignée est dépassée, des non linéarités apparaissent en général. Au-delà du courant assigné, le matériel « chauffe », dégradant rapidement les propriétés diélectriques. Le risque de « claquage » de l'isolation électrique augmente vite avec la température. Le claquage diélectrique entraîne le plus souvent la perte de l'appareil.

7 Grandeurs sinusoïdales (régime établi)

$$g = \underset{\substack{\text{Valeur} \\ \text{efficace}}}{G} \sqrt{2} \sin \left(\underset{\substack{\text{Pulsation} \\ \text{(rd/s)}}}{\omega} t + \underset{\substack{\text{Phase} \\ \text{(rd)}}}{\theta} \right)$$

$$\omega = 2 \pi f = \frac{2\pi}{T} \quad f : \text{fréquence (Hz)} ; T : \text{période (s)} \quad \rightarrow 50 \text{ Hz} : \quad \omega = 314 \text{ rd/s} ; T = 20 \text{ ms.}$$

7.1 Notation complexe

$$g = G \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta) = \sqrt{2} \operatorname{Im}(G e^{j(\omega t + \theta)}) \quad \bar{G} = G e^{j\theta} \quad \begin{cases} G : \text{valeur efficace} \\ \theta : \text{phase} \end{cases}$$

La notation complexe provient de la représentation de Fresnel qui fait abstraction de la rotation.



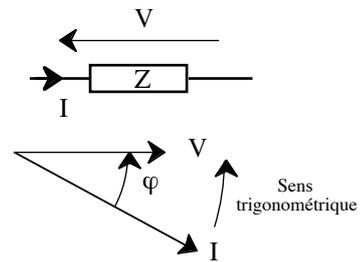
Cette représentation n'est valable que si toutes les grandeurs ont la même fréquence.

→ Dérivation : $\frac{d\bar{G}}{dt} = j \omega \bar{G} = \omega G e^{j\frac{\pi}{2}}$ (Dériver : ajouter $\pi/2$ à la phase)

→ Intégration : $\int \bar{G} dt = \frac{1}{j \omega} \bar{G} = \frac{G}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$ (Intégrer : retirer $\pi/2$ à la phase)

7.2 Impédance complexe

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V}{I} e^{j(\theta_v - \theta_i)} = Z e^{j\varphi} \quad \varphi = \theta_v - \theta_i$$



$$\bar{Z} = R + j X = Z e^{j\varphi} \quad \begin{cases} R : \text{résistance } (\Omega) \\ X : \text{réactance } (\Omega) \end{cases} \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad ; \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z} \quad ; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

→ Lois d'association

- Impédances en série : $\bar{Z}_{total} = \sum_{\text{impédances série}} \bar{Z}$

- Impédances en parallèle : $\frac{1}{\bar{Z}_{total}} = \sum_{\text{impédances parallèle}} \frac{1}{\bar{Z}} \quad \left(\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \text{ en parallèle} : \bar{Z}_{total} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \right)$

8 Puissances (convention récepteur)

8.1 Cas général

v : valeur instantanée de la tension (valeur efficace V) ; i : valeur instantanée du courant (valeur efficace I).

→ Puissance instantanée p : $p = v i$ l'unité est le Watt (W).

La puissance instantanée n'est pas la grandeur "utile" en régime permanent. La grandeur "utile" en régime permanent périodique (période T) est la puissance moyenne appelée puissance active.

→ Puissance active P : $P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt = f \int_0^T v i dt$ l'unité reste le Watt (W).

C'est la puissance active qui est transformable, en régime permanent, en travail ou en chaleur.

- Transfert sous forme de chaleur : $P \approx R I^2$
- Transfert sous forme de travail :
 - $P \approx F v$ (F : force ; v : vitesse linéaire)
 - $P \approx \Gamma \Omega$ (Γ : couple ; Ω : vitesse angulaire)

→ Puissance assignée S_a : $S_a = V_n I_n$: produit des valeurs efficaces assignées.

L'unité est le Volt Ampère (VA). Puissance de "dimensionnement", elle représente l'investissement du dispositif.

→ Facteur de puissance f_p : $f_p = \frac{P}{VI}$

Le facteur de puissance est sans unité. Il est en général intéressant qu'il soit proche de l'unité (cf. cas sinusoïdal).

2.8.2 Cas sinusoïdal

$$\begin{cases} i = I\sqrt{2} \sin \omega t \\ v = V\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad p = v i = VI \cos \varphi - VI \cos(2\omega t + \varphi)$$

Puissance active : $P = VI \cos \varphi$

On introduit la puissance fluctuante : $p_f = p - P = -VI \cos(2\omega t + \varphi)$

La puissance fluctuante est la différence entre la puissance active (transferts de travail ou de chaleur) et la puissance instantanée, c'est en général un inconvénient car elle est l'origine de couples pulsatoires par exemple.

Dans le cas sinusoïdal on définit une grandeur appelée **puissance réactive Q** par :

Puissance réactive (Q) : $Q = VI \sin \varphi$ unité : le var (volt ampère réactif)

La puissance fluctuante s'écrit également : $p_f = p - P = -VI \cos(2\omega t + \varphi) = -P \cos(2\omega t) + Q \sin(2\omega t)$

Puissance instantanée : $p = P - VI \cos \varphi \cos(2\omega t) + VI \sin \varphi \sin(2\omega t)$

$$p = P [1 - \cos 2\omega t] + Q \sin 2\omega t$$

Cas d'un circuit série RLC : $p = 2RI^2 \sin^2(\omega t) + \left(L\omega I^2 - \frac{I^2}{C\omega} \right) \sin(2\omega t)$

$$p = \underbrace{RI^2}_{\text{Puissance dissipée}} + \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} c v_c^2 \right)}_{\text{Variation d'énergie stockée}}$$

Q ne représente pas de l'énergie transformable mais de l'énergie échangée de manière réversible (sans pertes) entre la source et les récepteurs. A un instant donné, cette énergie est stockée sous forme magnétique dans les inductances ou sous forme électrostatique dans les capacités. Même si cette énergie est non dissipatrice, la source doit permettre cet échange c'est à dire fournir puis absorber cette énergie aux moments opportuns. La puissance réactive correspond à l'amplitude des échanges réversibles d'énergie avec la source ou les autres récepteurs.

Exemples :
 - charge inductive $Q = L \omega I^2 = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \omega$
 - charge capacitive $Q = -C \omega V^2 = -\frac{1}{2} C V_{\max}^2 \omega$

La capacité "fournit" de la puissance réactive (signe -) alors que l'inductance en "consomme".

Par ailleurs, la puissance réactive occasionne : $\begin{cases} -\text{des pertes Joule en ligne} \\ -\text{des chutes de tension en ligne.} \end{cases}$

Même si la puissance réactive ne représente pas de l'énergie transformable, elle est très souvent facturée par le distributeur. EDF la facture lorsque $\text{tg } \varphi$ est supérieure à 0,4 ($\text{cos } \varphi < 0,93$). Il est donc important de réduire la circulation de puissance réactive sur les réseaux. Pour "relever le facteur de puissance" il est nécessaire d'installer des batteries de condensateurs en parallèle des appareils qui consomment de la puissance réactive.

Seule la puissance active P correspond à des transferts d'énergie sous forme de travail ou sous forme de chaleur.

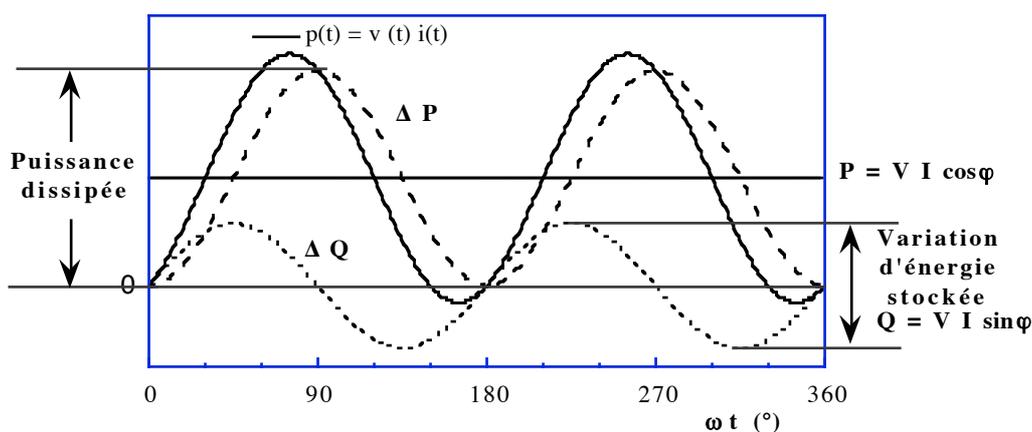


Figure 1 : puissance instantanée, ($p = \Delta P + \Delta Q$) puissance dissipée et variation d'énergie.

2.8.3 Récapitulatif

v : tension de valeur efficace V , i : courant de valeur efficace I .

	Unité	Cas général	Cas <u>sinusoïdal</u> φ déphasage entre v et i
Puissance instantanée p	Watt (W)	$p = v i$	$p = 2 VI \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi)$
Puissance active P - puissance moyenne -	Watt (W)	$P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt$	$P = VI \cos \varphi$
Puissance assignée S_a - puissance de dimensionnement	Volt Ampère (VA)	$S_a = V_n I_n$ (valeurs efficaces assignées)	$S_a = V_n I_n$
Facteur de puissance f_p	sans dim. (< 1)	$f_p = \frac{P}{VI}$	$f_p = \cos \varphi$
Puissance réactive Q	volt ampère réactif (var)	Non définie	$Q = VI \sin \varphi$
Puissance complexe \bar{S}	Volt Ampère (VA)	Non définie	$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = P + jQ$
Puissance apparente $S = \bar{S}$	Volt Ampère (VA)	Non définie	$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

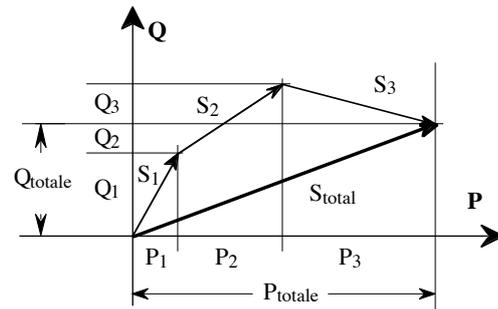
Tableau : définition des différentes puissances.

8.4 Théorème de Boucherot

La puissance active se conserve dans un réseau. Boucherot a démontré que la puissance réactive se conserve aussi dans un réseau alimenté à fréquence constante. Ce théorème est souvent utilisé pour une alimentation en tension.

$$\left. \begin{aligned} P_{source} &= \sum P_{récepteur} \\ Q_{source} &= \sum Q_{récepteur} \end{aligned} \right\} \text{Sommes algébriques}$$

$$\bar{S}_{source} = \sum \bar{S}_{récepteur} \quad \text{Somme vectorielle}$$



8.5 Puissances moyenne et maximale

Des notions importantes concernent les puissances moyennes et maximales (souvent appelées de pointe) qui peuvent être très différentes. En général la puissance de pointe dimensionne et la puissance moyenne donne l'énergie et par conséquent la consommation. La figure 2 représente la puissance absorbée par un TGV entre Paris et Lyon. La puissance maximale absorbée a atteint 5,4 MW tandis que la puissance moyenne sur le trajet est 3,06 MW.

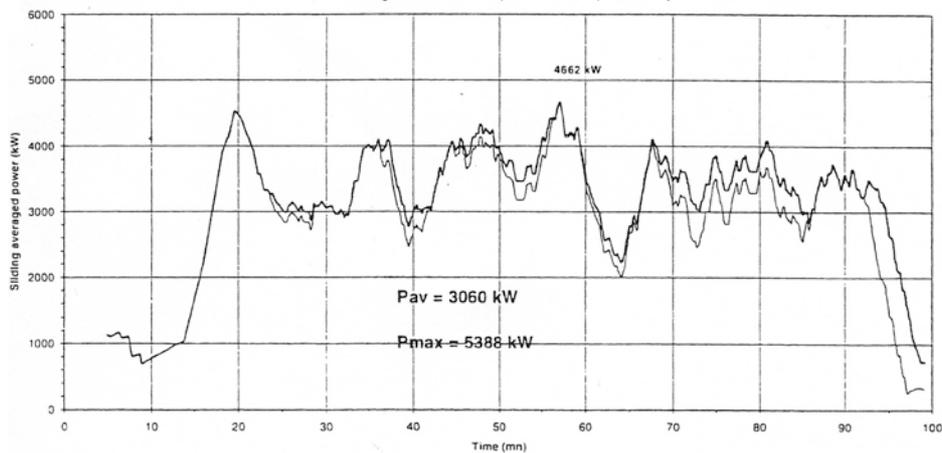


Figure 2 : puissance absorbée par un TGV entre Paris et Lyon sur une fenêtre de 5 min. (Echelle des puissances : 0-6000 kW, échelle des temps : 0 – 100 minutes)

La figure 3 représente la puissance du réseau français en fonction du nombre d'heures pendant lesquelles cette puissance a été appelée. La puissance appelée a varié en 2006 entre 29,8 GW et 86,3 GW. La puissance a dépassé 70 GW pendant environ 1000 heures.

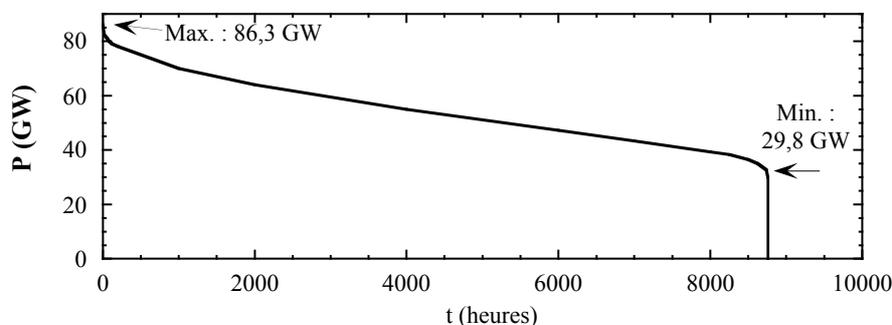


Figure 3 : monotone des puissances appelées par la consommation intérieure Française en 2006 (document RTE) (Flux en France métropolitaine, hors Corse, consommation totale : 478,4 TWh, puissance moyenne consommée : 54,6 GW).

SYSTEMES TRIPHASES

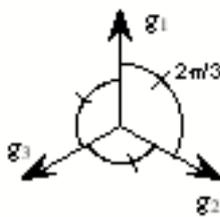
1. Présentation, définitions

Système triphasé : ensemble de trois grandeurs alternatives de même fréquence et de nature identique (courants, tensions, f.e.m., ...).

Cas particulier : système triphasé sinusoïdal.

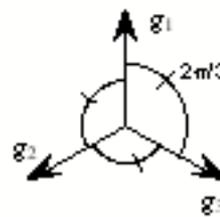
Système triphasé sinusoïdal équilibré : amplitude identique et déphasage régulier ($2\pi/3$).

$$\begin{cases} g_1 = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \\ g_2 = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ g_3 = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$



DIRECT
(Sens horaire)

$$\begin{cases} g_1 = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \\ g_2 = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \\ g_3 = G\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$



INVERSE
(Sens trigonométrique)

Propriété importante : $\boxed{g_1 + g_2 + g_3 = 0}$

2 Notation complexe, opérateur rotation

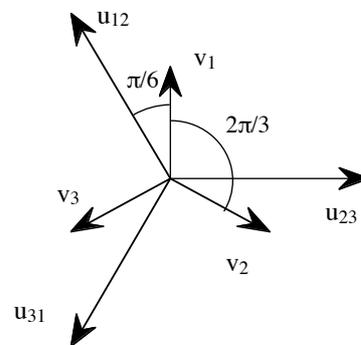
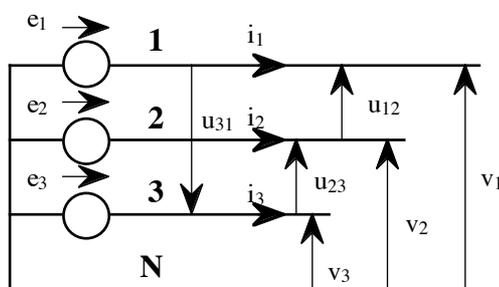
Opérateur rotation : $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$; $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ ($a^3 = 1$; $1 + a + a^2 = 0$)

Système équilibré direct : \bar{G}_1 ; $\bar{G}_2 = a^{-1} \bar{G}_1$; $\bar{G}_3 = a^{-2} \bar{G}_1$ (\bar{G}_1 ; $\bar{G}_2 = a^2 \bar{G}_1$; $\bar{G}_3 = a \bar{G}_1$)

Système équilibré inverse : \bar{G}_1 ; $\bar{G}_2 = a \bar{G}_1$; $\bar{G}_3 = a^2 \bar{G}_1$

3 Couplages

3.1 Couplage étoile (Y, Y_n , y, y_n) : mise en commun d'une borne des phases



V : tension simple ou phase-neutre ; U : tension composée ou entre phases $\boxed{U = \sqrt{3}V}$

Figure 1 : système triphasé équilibré direct couplé en étoile.

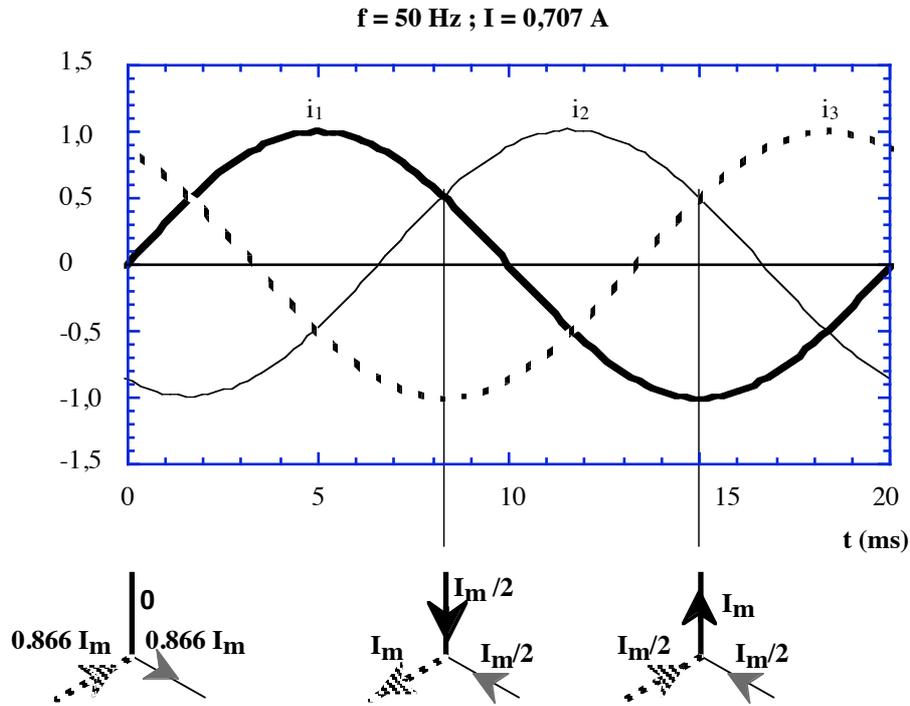


Figure 2 : répartition des courants au cours du temps dans les trois phases (système équilibré).

3.2 Couplage triangle (D, d) : mise en série des trois phases

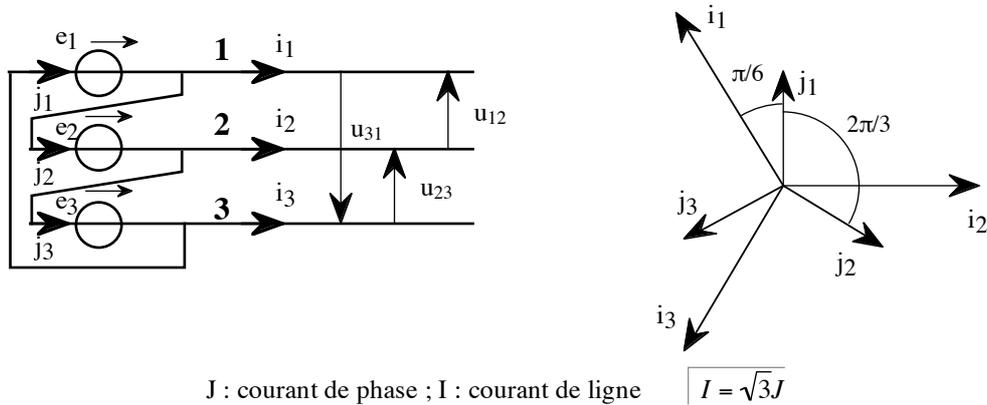


Figure 3 : système triphasé équilibré direct couplé en triangle.

A vide (courants de ligne nuls) aucun courant ne circule dans le triangle si les trois f.e.m. sont triphasées équilibrées et correctement connectées.

→ *Remarque :* réalisation d'un point neutre artificiel.

(trois impédances identiques (fortes) couplées en étoile)

Attention à l'impédances des appareils de mesure.

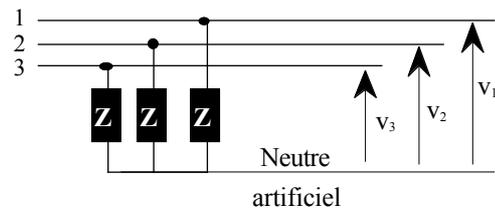


Figure 4 : réalisation d'un neutre artificiel.

4 Schéma TT : neutre à la terre, danger de l'électricité

Le régime de neutre d'une installation doit être choisi pour assurer la sécurité du personnel et de l'installation mais aussi en fonction de la continuité d'exploitation nécessaire (dans une salle d'opération, il est préférable que l'alimentation ne soit pas coupée immédiatement même en cas de défaut).

Le passage d'un courant dans le corps humain devient rapidement mortel. Les actions du courant sur le corps humain sont l'électrisation (manifestations physiopathologiques dues aux contacts électriques), l'électrocution (accident entraînant la mort) et les brûlures internes ou externes.

La grandeur importante pour le danger électrique est en effet le courant et non la tension mais celle-ci détermine souvent la valeur du courant (loi d'Ohm). La résistance du corps humain est très variable et de nombreux paramètres propres à la victime et à son environnement l'influencent. La résistance interne du corps humain est de l'ordre de 300 à 800 Ω mais il faut rajouter les résistances de contact notamment celles de la peau aux points d'entrée et de sortie. La surface, la pression, la durée et la tension de contact, l'épaisseur de la peau, la sudation sont des facteurs importants tout comme la saturation hygrométrique de l'air et l'humidité du sol et des parois. La résistance de la peau au point de contact varie entre 1 000 et 40 000 Ω .

Dès que le courant dépasse 10 mA ("seuil de non lâcher"), les muscles de la main et du bras se crispent et se tétanisent (impossibilité de lâcher prise) au bout d'un certain temps. Au-delà de 25 à 30 mA la tétanisation peut s'étendre à la cage thoracique, entraînant des difficultés pour respirer et asphyxie. Pour des courants supérieurs à 40 mA, d'autres phénomènes se rajoutent. Le coeur est un muscle non tétanisable, mais qui a une activité électrique rythmique auto programmée. Le courant extérieur peut provoquer un dérèglement total de cette activité conduisant à un fonctionnement désordonné et anarchique. C'est la fibrillation ventriculaire pouvant être déclenchée par un courant de 50 mA et souvent mortelle. Une protection est donc indispensable. Le seuil des disjoncteurs différentiels est désormais de 30 mA (installations neuves).

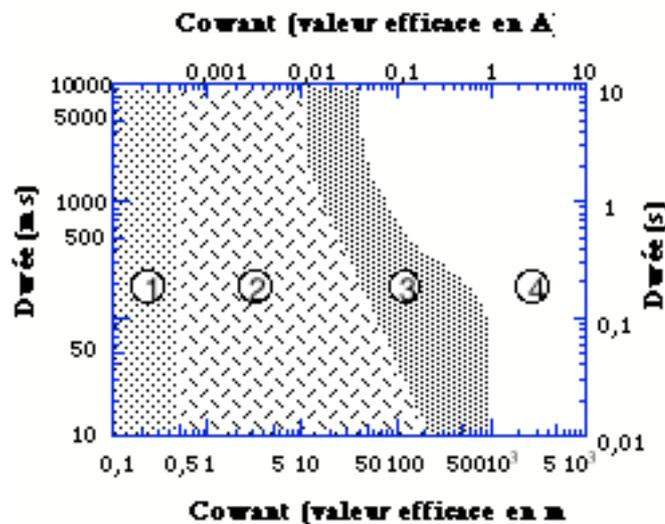


Figure 5 : effets du courant électrique en fonction de sa valeur efficace et de sa durée

Zone 1 : aucune réaction en général Zone 2 : effets physiopathologiques sans danger

Zone 3 : effets physiopathologiques non mortels, réversibles en général, Zone 4 : fibrillation ventriculaire probable

Le schéma le plus usuel est le schéma TT (figure 6) : neutre à la terre. Il est imposé dans les installations alimentées directement par un réseau de distribution publique à basse tension. Le dispositif différentiel en tête de l'installation coupe l'alimentation dès que la somme des courants instantanés est supérieure à une valeur seuil i_0 (30 mA dans les installations neuves). L'impédance de mise à la terre (Z_T) doit être la plus faible possible car elle détermine la tension maximale de défaut ($Z_T i_0$). Toutes les masses d'un même dispositif différentiel doivent être interconnectées et reliées à la même prise de terre. Tout défaut d'isolement provoque une coupure.

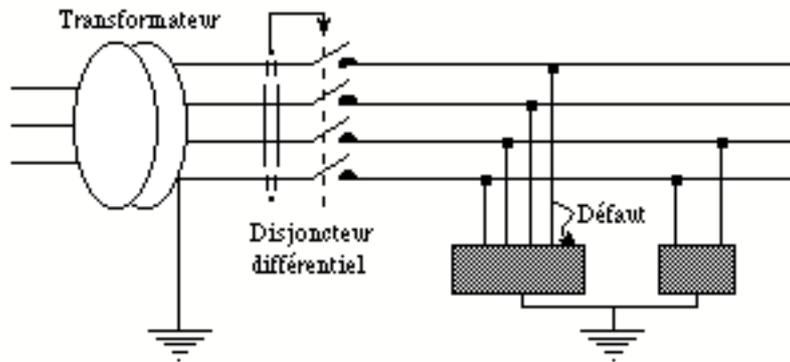


Figure 6 : schéma de liaison à la terre TT.

5 Puissances

5.1 Puissances en triphasé équilibré

Considérons un système triphasé équilibré en courant et en tension :

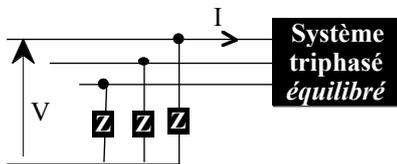
$$\begin{cases} v_1 = V\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ v_2 = V\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_3 = V\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) \\ i_2 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ i_3 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$

Puissance instantanée : $p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 = 3 V I \cos \varphi$

$p = P = 3 V I \cos \varphi$	Puissance instantanée = puissance active ; Puissance fluctuante = 0
------------------------------	---

Puissances en triphasé équilibré :

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - puissance active : $P = 3 V I \cos \varphi$ - puissance réactive : $Q = 3 V I \sin \varphi$ - puissance complexe : $\bar{S} = 3 \bar{V} \bar{I}^* = P + jQ$ - puissance apparente : $S = 3 V I$ - puissance assignée : $S_a = 3 V_a I_a$ - facteur de puissance : $f_p = \cos \varphi$ | <p>V : tension simple (valeur efficace)</p> <p>I : courant de ligne (valeur efficace)</p> <p>φ : déphasage tension simple-courant de ligne</p> <p>Indice n : Valeurs efficaces assignées</p> |
|---|--|

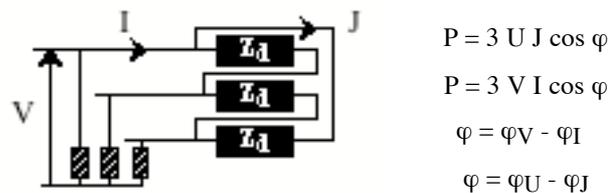
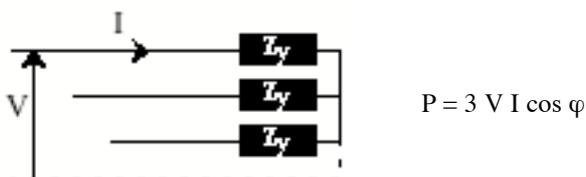


$$P = 3 V I \cos \varphi$$

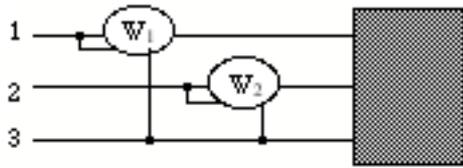
V : tension phase - neutre

I : courant de ligne

φ : déphasage V - I ($\varphi = \varphi_V - \varphi_I$)



5.2 Mesure des puissances active et réactive en triphasé équilibré



$$W_1 = \operatorname{Re}(\overline{U_{13}} \overline{I_1}^*)$$

$$W_2 = \operatorname{Re}(\overline{U_{23}} \overline{I_2}^*)$$

Figure 7 : méthode des deux wattmètres.

Méthode des deux wattmètres (système équilibré direct) : $P = W_1 + W_2 ; Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$

6 Etude des circuits triphasés équilibrés

Hypothèse : source de tension idéale, impédance interne nulle, pas de chute de tension en charge.

6.1 Aucun couplage entre les phases

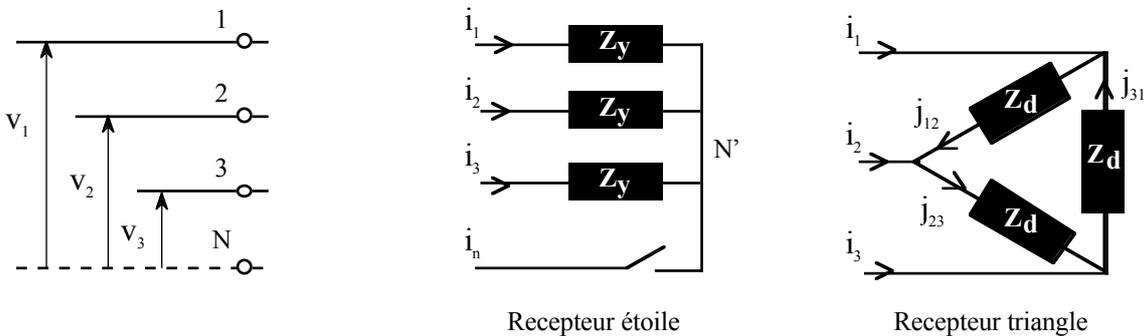


Figure 8 : récepteurs triphasés équilibrés couplés en étoile ou en triangle.

6.2 Couplage symétrique entre les phases, notion d'impédance cyclique (exemple)

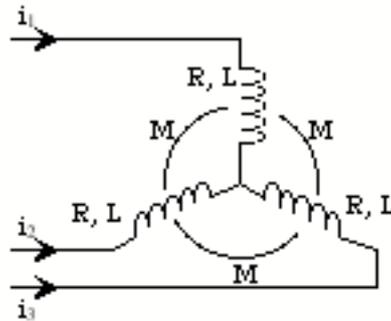


Figure 9 : exemple de récepteurs triphasés équilibrés avec couplage symétrique entre les phases.

6.3 Conclusion

Tout système triphasé équilibré peut se ramener à un système monophasé. En général on prend le système étoile équivalent avec le courant de ligne, la tension simple (ou phase-neutre) et l'impédance étoile équivalente éventuellement cyclique pour tenir compte des couplages entre phases.

$$P = 3 R_y I^2 ; Q = 3 X_y I^2 \quad (R_y \text{ et } X_y \text{ sont les éléments } \underline{\text{série}} \text{ de l'impédance)}$$

7 Intérêt du système triphasé

- Création d'une induction magnétique tournante, c'est la base de toutes les machines électriques alternatives.
- Puissance fluctuante nulle (en équilibré) : moins de bruit et de vibration, fatigue moindre des matériaux.
- Puissance transportée $\sqrt{3}$ avec un conducteur en plus (50 % de conducteur en plus mais gain en puissance de 73 %).
- Facilité pour le produire à partir d'un alternateur ou machine synchrone.

Circuit magnétique et inductances

1 Circuits magnétiques

En magnétisme, il existe deux grandeurs principales :

- le champ magnétique H (A/m),
- l'induction magnétique B (T).

1.1 Champ magnétique H

Cette grandeur vectorielle est le champ d'excitation magnétique, ou le champ source. Le champ magnétique est créé par les courants. Les courants de déplacement sont négligés en électrotechnique (hypothèse quasistationnaire).

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} \quad \text{Forme locale (équation de Maxwell)}$$

$$\oint_{\text{Contour } C} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_{\text{circuits}} N_k I_k \quad (C : \text{contour fermé}) \quad \text{Forme intégrale (théorème d'Ampère)}$$

$$\begin{cases} N_k : \text{nombre de spires en série} \\ I_k : \text{courants (valeurs algébriques)} \end{cases}$$

Exemple (figure 1) : $\oint_{\text{Contours } C} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (i_1 \text{ \& } i_2 \text{ modules})$

Le produit Ni est appelé Ampères-Tours (A. T.) ou force magnéto-motrice (f.m.m.).

Théorème d'Ampère : la circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé est égale à la somme algébrique (\pm) des Ampères-Tours / forces magnéto-motrices.

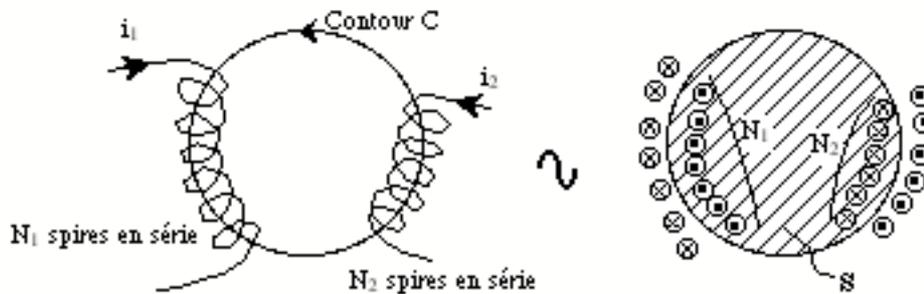


Figure 1 : application du théorème d'Ampère.

1.2 Induction et flux magnétiques B (T) / φ (Wb)

L'induction magnétique est le champ "utile, agissant" : c'est l'induction magnétique qui est responsable des forces, des couples, ...

Une propriété importante de l'induction magnétique est la conservation de son flux :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{forme locale} \quad \oiint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad \text{forme intégrale}$$

S : surface fermée

Flux à travers une surface : $\varphi = \iint_{\text{Surface}} \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = \langle B \rangle S \quad \langle B \rangle : \text{induction moyenne à travers la surface } S.$

L'induction magnétique est aussi une densité de flux magnétique (Wb/m^2), c'est l'expression anglophone de l'induction magnétique (magnetic flux density).

L'induction magnétique est reliée au champ magnétique par une relation qui peut être complexe. Nous allons nous restreindre à deux cas particuliers importants :

- **vide** (et tout matériau non magnétique (amagnétique)) :

$$B = \mu_0 H \text{ : identité à } \mu_0 \text{ près des champ et induction magnétiques.}$$

- **matériaux magnétiques linéaires** :

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad \mu_r \text{ : perméabilité relative (sans unité)}$$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\text{induction magnétique créée}}{\text{champ magnétique qui la provoque}} = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{A.T. nécessaires}}$$

D'où l'intérêt des matériaux magnétiques caractérisés par une perméabilité élevée : ils permettent de créer une induction importante (grandeur "utile") avec une excitation faible (peu d'A .T.). C'est pourquoi pratiquement toutes les « machines » électrotechniques utilisent un circuit magnétique.

En première approximation, le champ magnétique dans un circuit magnétique pourra être considéré comme nul.

Par contre, si le circuit magnétique est presque indispensable, il limite l'induction maximale à 1,8 T environ. Dû au phénomène de saturation, le circuit magnétique se comporte au delà de cette valeur pratiquement comme de l'air et ne présente alors plus d'intérêt. Par ailleurs soumis à une induction magnétique variable dans le temps, un circuit magnétique présente des pertes appelées pertes fer. Ces pertes fer dépendent de la qualité du matériau magnétique, de l'épaisseur perpendiculaire à l'induction magnétique, de la fréquence et de l'induction magnétique (proportionnelle au carré de l'induction magnétique en première approximation). Soumis à une induction magnétique variable, un circuit magnétique est sous forme d'un empilage de tôles magnétiques (circuit feuilleté) pour réduire les pertes fer.

Le flux magnétique est en général la grandeur plus utilisée que l'induction magnétique.

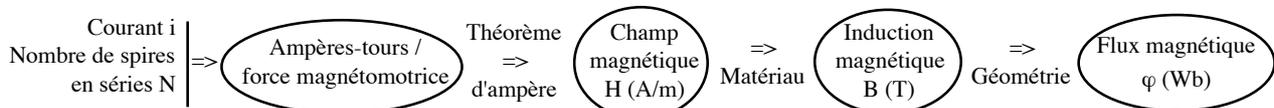


Figure 2 : les différentes grandeurs magnétiques et leurs relations.

2 Inductances propres et mutuelles

2.1 Flux magnétique à travers un bobinage ou enroulement

La bobine est l'objet constitué d'un bobinage ou d'un enroulement. Elle est appelée aussi « self » ou inductance, mais ces dénominations prêtent à confusion.

Considérons un bobinage avec N spires en série (figure 3).

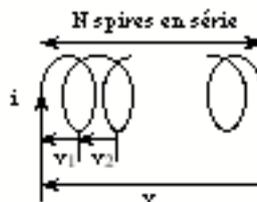


Figure 3 : bobinage constitué de N spires en série.

La tension aux bornes du bobinage est donnée par la loi de Lenz généralisée, soit en convention récepteur :

$$v = \sum_{k=1}^N v_k = \sum_{k=1}^N \left(R_k i + \frac{d\varphi_k}{dt} \right)$$

$$R_k : \text{résistance de la spire } k ; \varphi_k : \text{flux à travers la spire } k \left(\varphi_k = \iint_{\text{Surface de la spire } k} \vec{B} \vec{n} dS \quad B : \text{induction magnétique locale} \right)$$

$$v = R i + \sum_{k=1}^N \frac{d\varphi_k}{dt} \quad (R : \text{résistance de bobinage entier})$$

$$v = R i + \frac{d}{dt} \left(\sum_{k=1}^N \varphi_k \right)$$

La tension aux bornes d'un bobinage/enroulement est donnée par la relation suivante extrêmement importante et qui sera constamment exploitée dans tous les dispositifs électriques :

$$v = R i + N \frac{d\varphi}{dt} = R i + \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi = \phi(t) = \sum_{k=1}^N \varphi_k \quad ; \quad \varphi = \varphi(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi_k$$

ϕ : flux total à travers le bobinage ; φ : flux moyen à travers les N spires en série du bobinage.

Ces deux grandeurs sont des grandeurs instantanées, fonction du temps.

L'amplitude ou la valeur maximale au cours du temps du flux total est exprimée par Φ .

Le flux total est créé par des matériaux magnétiques, aimants permanents en particulier, ou par des courants.

2.2 Inductance propre

Considérons un bobinage seul avec N spires en série et soumis à aucune induction magnétique extérieure. La tension à ses bornes est donnée par l'expression :

$$v = R i + N \frac{d\varphi}{dt} = R i + \frac{d\phi}{dt}$$

En négligeant la chute de tension ohmique, la tension est donnée par la variation du flux magnétique :

$$v \approx N \frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{d\phi}{dt}$$

En intégrant la tension aux bornes du bobinage, on obtient alors le flux magnétique. La figure 4 donne l'allure générale du flux en fonction du courant i . La relation est d'abord linéaire puis il y a saturation : le flux augmente de moins en moins lorsque le courant augmente. Dans certains cas, le flux n'est pas zéro à courant nul ; c'est lié à un phénomène appelé rémanence dans les matériaux magnétiques.

Le coefficient de proportionnalité dans la zone linéaire est appelé inductance propre du bobinage et noté L :

$$\phi = L i$$

Son unité est le Henry (H). C'est une grandeur positive.

L'inductance propre d'un bobinage est liée à son nombre de spires en série (proportionnelle au carré du nombre de spires en série) et à sa géométrie.

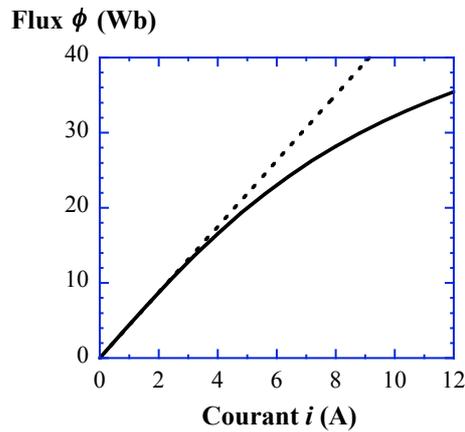


Figure 4 : flux magnétique total en fonction du courant d'excitation $\phi(i)$.

2.3 Inductance mutuelle

Considérons un bobinage avec N spires en série. La tension à ses bornes est toujours donnée par la même expression :

$$v = R i + N \frac{d\phi}{dt} = R i + \frac{d\phi}{dt}$$

En négligeant la chute de tension ohmique, la tension est donnée par la variation du flux magnétique :

$$v \approx N \frac{d\phi}{dt} \approx \frac{d\phi}{dt}$$

Si le bobinage n'est plus seul, mais soumis à l'influence de K bobinages alimentés par des courants i_j , le flux est alors créé par l'ensemble de ces courants si on exclut les aimants permanents :

$$\phi = \phi(i, i_1, i_2, \dots, i_K)$$

En considérant le système linéaire, le flux est proportionnel à tous les courants :

$$\phi = \phi(i, i_1, i_2, \dots, i_K) = L i + M_1 i_1 + M_2 i_2 + \dots + M_j i_j + \dots + M_K i_K$$

L est l'inductance propre définie précédemment et M_j est l'inductance mutuelle entre le bobinage et le bobinage j.

Son unité est la même que pour l'inductance propre, le Henry. Par contre, si l'inductance propre est toujours positive, l'inductance mutuelle est une grandeur positive ou négative. Un autre bobinage peut augmenter, mais aussi diminuer le flux à travers un autre enroulement.

Plus généralement, l'inductance mutuelle est notée M_{ij} : inductance mutuelle entre les bobinages i et j. L'inductance propre du bobinage i est notée L_i .

L'inductance mutuelle dépend des nombres de spires en série des deux bobinages (proportionnelle) et de la géométrie.

Les inductances propres et mutuelles entre deux bobinages sont reliées par la relation :

$$M_{ij}^2 = k_{ij}^2 L_i L_j \quad \left(M_{ij} = \pm k_{ij} \sqrt{L_i L_j} \right)$$

k_{ij} est le coefficient de couplage (magnétique) entre les deux bobinages. Il est positif et inférieur ou égal à l'unité ($k_{ij} = 1$ pour le cas théorique où les deux enroulements seraient parfaitement couplés).

Au coefficient de couplage est associé le coefficient de dispersion (de Blondel) σ_{ij} :

$$\sigma_{ij} = 1 - k_{ij}^2$$

TRANSFORMATEUR

1 Le transformateur

Le transformateur fut inventé par Lucien Gaulard en 1882 sous le nom de "générateur secondaire" (fig. 1). Le vocabulaire Electrotechnique international le définit comme :

"Le transformateur est un appareil statique à induction électromagnétique destiné à transformer un système de courants variables en un ou plusieurs systèmes de courants variables, d'intensité et de tension généralement différentes, mais de même fréquence."



Figure 1 : « générateur secondaire » de L. Gaulard et transformateur actuel.

1.1 Intérêt d'augmenter la tension (V : tension simple)

$$\begin{aligned}
 & \text{Pertes} = 3 R I^2 = 3 \rho \frac{\ell}{S} I^2 = 3 \rho j \frac{P}{V \cos \varphi} \ell \\
 \rightarrow \text{Pertes en ligne :} & \\
 & \text{Pertes} = \rho j \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{V} \ell
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l}
 \rho : \text{résistivité du conducteur} \\
 S : \text{section du conducteur} \\
 j : \text{densité de courant (I/S)} \\
 \ell : \text{longueur de la ligne}
 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \text{Chute de tension en ligne :} & \quad \frac{\Delta V}{V} = R_{\text{ligne}} \frac{P}{3V^2} + X_{\text{ligne}} \frac{Q}{3V^2}
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l}
 P : \text{puissance active transportée} \\
 Q : \text{puissance réactive transportée} \\
 R_{\text{ligne}} : \text{résistance de la ligne} \\
 X_{\text{ligne}} : \text{réactance de la ligne}
 \end{array} \right\}$$

On a donc tout intérêt pour réduire les pertes et la chute de tension à augmenter la tension et à diminuer le transit de puissance réactive. C'est en effet la puissance réactive qui est le principal responsable de la chute de tension puisque X_{ligne} est beaucoup plus élevée que R_{ligne} . Par ailleurs une tension élevée est indispensable pour le transport de fortes puissances sur de longues distances (Fig. 2 et tableau 1).

Il est donc avantageux d'élever la tension :

- réduction des pertes Joule en ligne
- chutes de tensions en ligne plus faibles
- diminution de la section des conducteurs
- augmentation de la puissance transmissible
- augmentation de la distance de transport

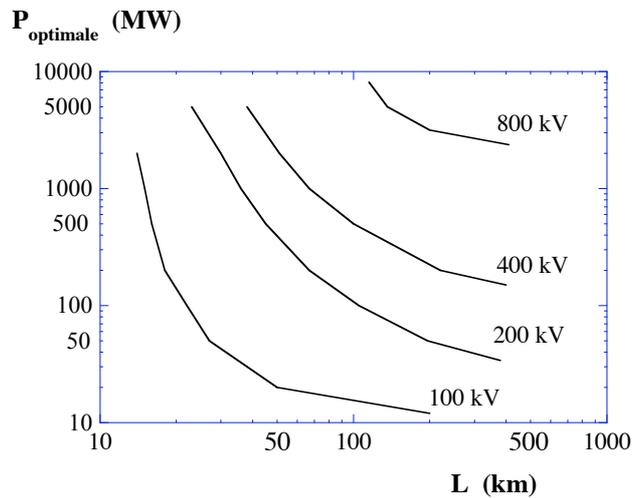


Figure 2 : Puissance transmissible optimale par une ligne en fonction de la distance et du niveau de tension. (données EDF)

Tension	Puissance maximale	Distance maximale
63 kV	20 MW	50 km
225 kV	200 MW	200 km
400 kV	700 MW 1200 MW	400 km 100 km
750 kV	2500 MW 1000 MW	200 km 600 km

Tableau 1 : puissance transmissible maximale / distance maximale par une ligne en fonction du niveau de tension (données EDF)

1.2 Limitations en tension

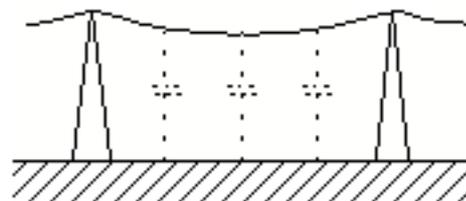
- Capacité répartie

Capacité répartie entre la ligne et la terre : $I_c \approx c \omega V$

Capacité linéique (F/m) :

$$c \approx \frac{2\pi\epsilon_0}{\log \frac{h}{\phi}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} h : \text{hauteur} \\ \phi : \text{diamètre du conducteur} \end{array} \right.$



- Encombrement

Tension (kV)	90	220	400	750
Distance conducteur sol (m)	12	15	16	18-24
Distance phase-phase (m)	2	6	10	13,5

Tableau 2 : distances (m) pour des lignes aériennes.

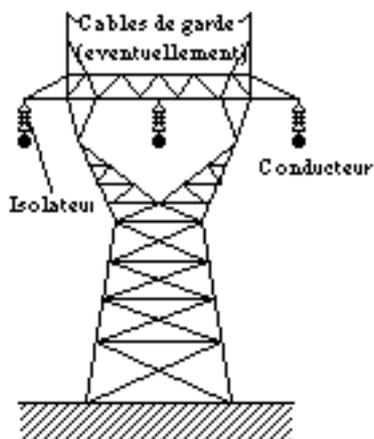


Figure 3 : pylônes typiques.

- Pertes diélectriques a.c. (effet couronne, tableau 3)

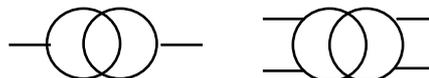
Tension (kV)	Pertes <i>faible pluie</i>	Pertes <i>forte pluie</i>
90	0,2	1
220	3	20
400	8	50
750	50	240

Tableau 3 : pertes diélectriques a.c. (kW/km) en fonction de la tension et de l'humidité.

1.3 Conclusion, intérêt des transformateurs

Le transformateur a permis le développement des réseaux électriques alternatifs de transport sur de longues distances en modifiant et en adaptant très facilement avec un excellent rendement, les niveaux de tension. C'est un constituant essentiel des réseaux électriques. L'énergie électrique est "transformée" plusieurs fois (3 - 4) entre son lieu de production et celui d'utilisation. Les transformateurs participent par ailleurs au réglage de la tension au moyen de changeur de prise (modification du rapport de transformation) soit en charge, soit à vide. En 2007, il y avait 128,54 GVA de transformateurs sur le réseau 400 kV et 123,21 GVA sur le réseau 225 kV.

Représentation d'un transformateur :



Production :

$$\left\{ \begin{array}{l} 45\% \text{ en } 400 \text{ kV} \\ 40\% \text{ en } 225 \text{ kV} \\ 15\% \text{ en } 63/90 \text{ kV} \end{array} \right.$$

Livraison :

$$\left\{ \begin{array}{l} 10\% \text{ en } 225 \text{ kV} \\ 20\% \text{ en } 63/90 \text{ kV} \\ 35\% \text{ en } 20 \text{ kV} \\ 35\% \text{ en } 380 \text{ V} \end{array} \right.$$

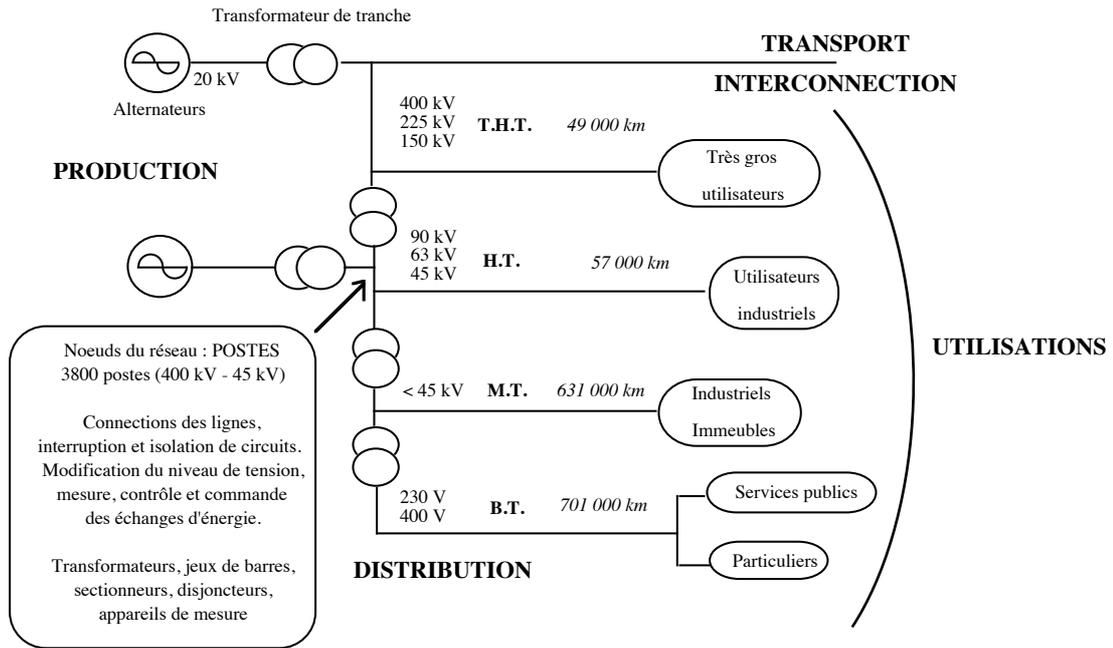


Figure 4 : les différents niveaux de tension (U.H.T. : > 400 kV (750 kV) pas en France).

En italique : longueur des circuits pour le niveau de tension correspondant.

Les niveaux THT, HT, MT sont encore des notations très utilisées même si les dénominations exactes sont :

$$\begin{cases} HT.B. : U_a > 50 \text{ kV} \\ HT.A. : 1 \text{ kV} < U_a < 50 \text{ kV} \end{cases} \quad \begin{cases} BT.B. : 500 \text{ V} < U_a < 1 \text{ kV} \\ BT.A. : U_a < 500 \text{ V} \end{cases}$$

où U_a est la tension assignée entre phases.

Quelques éléments sur les lignes (tableau 4).

Tension nominale (kV)	Puissance transportée (MVA) (France)	Part du souterrain (France)	Impédance propre moyenne (Ω/km)	Impédance mutuelle moyenne (Ω/km)	Capacité propre moyenne (nF/km)
90	70 - 90	3 %	$0,17 + j0,73$	$0,05 + j0,35$	7,9
220	320 - 440	2 %	$0,11 + j0,71$	$0,05 + j0,31$	7,8
400	1800 - 2400	≈ 0	$0,10 + j0,51$	$0,07 + j0,19$	10
750			$0,09 + j0,45$	$0,07 + j0,16$	11

Tableau 4 : ordre de grandeur des impédances de lignes (*Câble souterrain* : $\bar{Z} = 0,08 + j0,08$ [Ω/km]; $c = 200 \text{ nF}/\text{km}$)

2 Principe de fonctionnement, transformateur monophasé parfait

2.1 Principe et relations

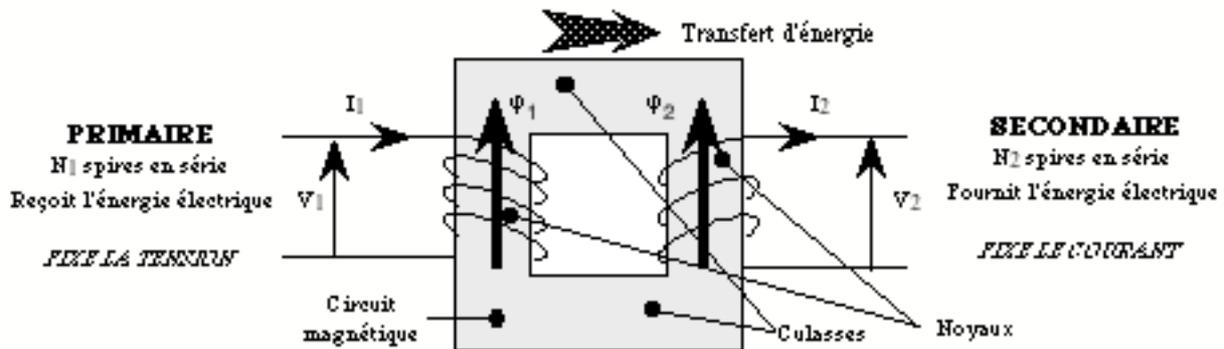


Figure 5 : schéma de principe du transformateur monophasé.

Transformateur parfait (idéal) :

- résistances nulles (pas d'effet Joule),
- primaire et secondaire parfaitement couplés,
- circuit magnétique idéal (μ_r infinie & Pertes fer nulles).

Avec ces hypothèses, les équations électriques (loi de Lenz) du transformateur sont :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} & (\text{convention récepteur}) \\ v_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} & (\text{convention générateur}) \end{cases}$$

$|\phi_1| = |\phi_2|$ (couplage parfait); $\phi_1 = -\phi_2$ (sens respectifs des enroulements de la figure 4)

D'où :

$$v_2 = \frac{N_2}{N_1} v_1 \quad \text{valable uniquement en alternatif}$$

$$v_2 = m v_1 \quad m : \text{rapport de transformation du transformateur ; } m = \frac{N_2}{N_1}$$

Les équations électriques donnent les relations des tensions. La relation qui lie les courants est l'équation magnétique :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell}$$

Hypothèse : circuit magnétique parfait ($\mu_r = \infty$), le champ magnétique est nul dans le circuit magnétique.

On en déduit la deuxième relation d'un transformateur parfait :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

Le courant secondaire, non imposé, s'oppose forcément au courant primaire (loi de Lenz).

Vu du secondaire, un transformateur parfait est une source de tension idéale.

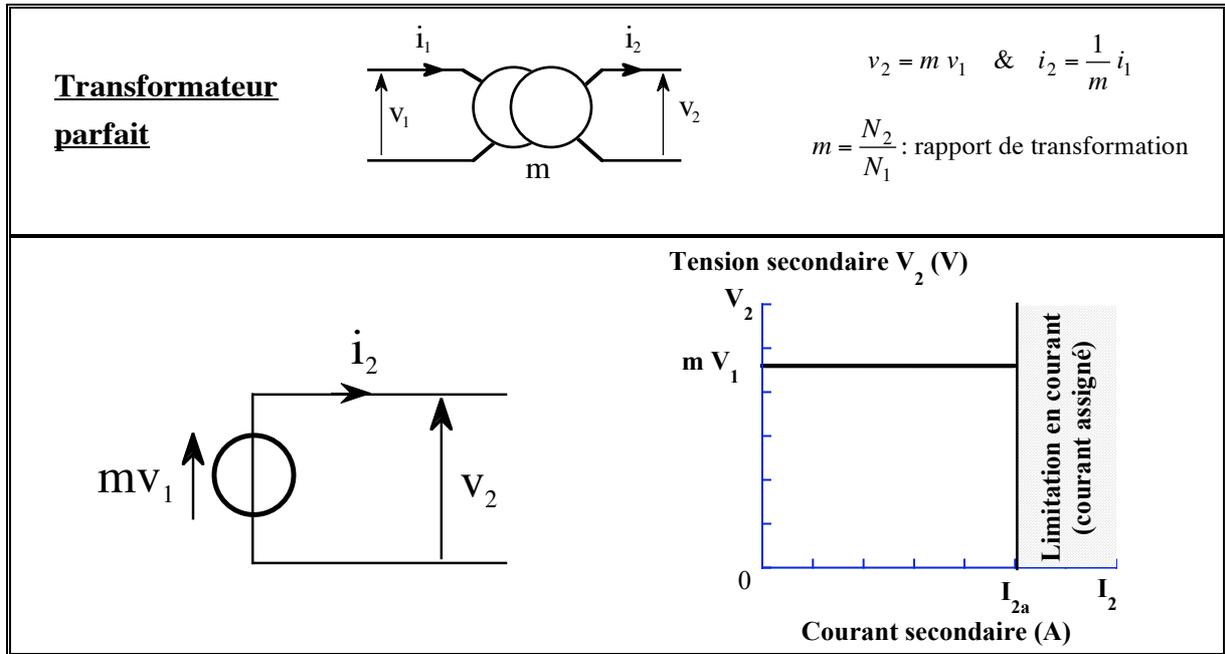


Figure 6 : représentation, relations d'un transformateur parfait.

Transformateur parfait vu du secondaire : représentation et caractéristique $V_2(I_2)$ (V_1 constant en amplitude).

2.2 Transformation des impédances (transformateur parfait)

2.2.1 Impédance secondaire

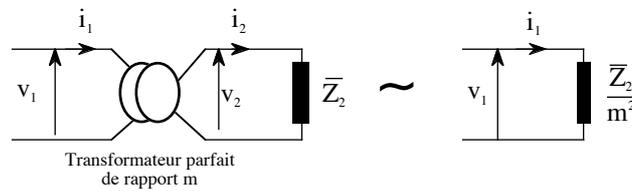


Figure 7 : impédance secondaire ramenée au primaire, schéma équivalent.

$\frac{\bar{Z}_2}{m^2}$: impédance secondaire ramenée au primaire.

2.2.2 Impédance primaire

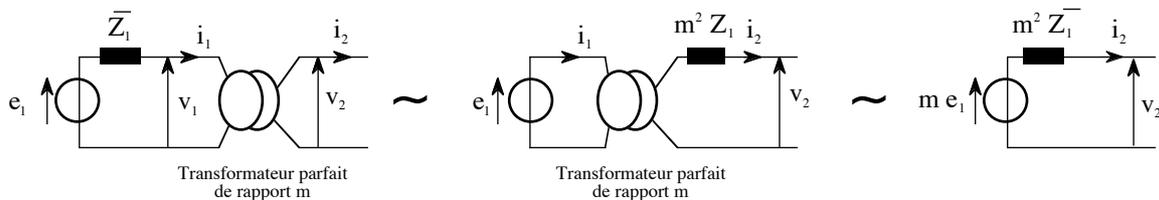


Figure 8 : circuit primaire ramené au secondaire, schéma équivalent.

$m^2 \bar{Z}_1$: impédance primaire ramenée au secondaire.

3 Transformateur réel - équations et schéma généraux

3.1 Mise en équations

Rappel des hypothèses d'un transformateur parfait :

- résistances nulles (pas d'effet Joule) (1)
- primaire et secondaire parfaitement couplés (2)
- circuit magnétique idéal : μ_r infinie (3) & Pertes fer nulles (4)

Pour tenir compte des pertes Joule (hypothèse (1)), il suffit de rajouter deux résistances sur le schéma électrique équivalent ; les équations électriques s'expriment :

$$\begin{cases} v_1 = N_1 \frac{d\varphi_1}{dt} + R_1 i_1 & (\text{convention récepteur}) \\ v_2 = -N_2 \frac{d\varphi_2}{dt} - R_2 i_2 & (\text{convention générateur}) \end{cases} \quad ; \quad (I)$$

Concernant l'hypothèse (2), il faut tenir compte des flux de fuite (figure 9) dans un transformateur réel.

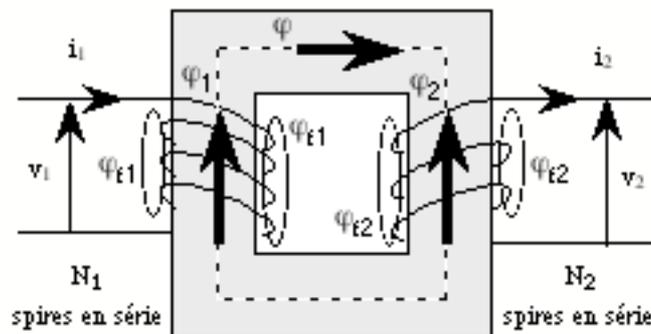


Figure 9 : transformateur, notations utilisées et schéma équivalent (cas linéaire) simplifié du circuit magnétique.

φ_1, φ_2 : flux (par spire) embrassés par les enroulements 1 et 2 ; φ : flux dans le circuit magnétique
 $\varphi_{f1}, \varphi_{f2}$: flux "de fuite" des enroulements 1 et 2 (flux qui se referment hors de l'autre enroulement)

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi + \varphi_{f1} \\ \varphi_2 = \pm \varphi + \varphi_{f2} \end{cases} \quad \pm \text{ dépend du sens de l'enroulement 2}$$

Les flux de fuite φ_{f1} et φ_{f2} ont un trajet essentiellement dans l'air, on peut donc définir sans ambiguïté des inductances de fuite ℓ_1 et ℓ_2 qui dépendent très peu du régime de fonctionnement, notamment de l'état magnétique du transformateur :

$$\begin{cases} N_1 \varphi_{f1} = \ell_1 i_1 \\ N_2 \varphi_{f2} = \ell_2 i_2 \end{cases}$$

Les expressions des flux du primaire et du secondaire sont donc :

$$\begin{cases} N_1 \varphi_1 = N_1 \varphi + \ell_1 i_1 \\ N_2 \varphi_2 = \pm N_2 \varphi + \ell_2 i_2 \end{cases}$$

Les équations électriques s'écrivent :

$$\begin{cases} v_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} + \ell_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \\ v_2 = \mp N_2 \frac{d\varphi}{dt} - \ell_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 \end{cases} \quad (II)$$

L'équation magnétique :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \oint_C \vec{H} d\vec{\ell}$$

Le champ magnétique H n'est plus strictement nul dans le circuit magnétique qui n'est plus parfait. Le champ magnétique reste cependant très faible. Cette équation peut s'écrire :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \oint_C \vec{H} d\vec{\ell} = N_1 i_m$$

Où i_m est un courant qui est petit puisque le champ magnétique reste faible.

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_m = \oint_C \vec{H} d\vec{\ell} \approx H_{fer} \ell_{fer} = \frac{B_{fer}}{\mu_o \mu_r} \ell_{fer} = \underbrace{B_{fer} S_{fer}}_{\varphi} \frac{1}{\mu_o \mu_r} \frac{\ell_{fer}}{S_{fer}} = \varphi \frac{1}{\mu_o \mu_r} \frac{\ell_{fer}}{S_{fer}}$$

Le flux magnétique dans le circuit magnétique s'exprime par conséquent :
$$\varphi = \frac{N_1}{\frac{1}{\mu_o \mu_r} \frac{\ell_{fer}}{S_{fer}}} i_m$$

$$N_1 \varphi = \frac{N_1^2}{\frac{1}{\mu_o \mu_r} \frac{\ell_{fer}}{S_{fer}}} i_m = L_m i_m \quad \text{Où } L_m \text{ est l'inductance de l'enroulement 1 dû au circuit magnétique.}$$

L_m est appelée inductance magnétisante. Son expression est :
$$L_m = N_1^2 \mu_o \mu_r \frac{S_{fer}}{\ell_{fer}}$$

L'inductance magnétisante est infinie pour un transformateur parfait ($\mu_r = \infty$), elle reste très élevée pour un transformateur réel grâce à la perméabilité élevée du circuit magnétique.

$$N_1 \frac{d\varphi}{dt} = L_m \frac{di_m}{dt}$$

Dans ces conditions l'équation des courants devient :
$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} (i_1 - i_m)$$

En introduisant les expressions des flux (I) le système d'équations complètes électriques (II) et magnétique (courants) d'un transformateur réel devient alors :

$$\begin{cases} v_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} + \ell_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \\ v_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} - \ell_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 \\ i_2 = \frac{N_1}{N_2} (i_1 - i_m) \\ N_1 \varphi = L_m i_m \end{cases}$$

En introduisant des f.e.m. e_1 et e_2 , ce système devient :

$$\begin{cases} v_1 = e_1 + \ell_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \\ v_2 = e_2 - \ell_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 \\ i_2 = \frac{N_1}{N_2} (i_1 - i_m) \quad [i_1 - i_m = m i_2] \\ e_1 = L_m \frac{di_m}{dt} \end{cases} \quad \text{(III)}$$

3.2 Schéma équivalent (Fig. 10)

Le schéma équivalent (figure 10) est simplement la traduction du système (III) des équations du transformateur.

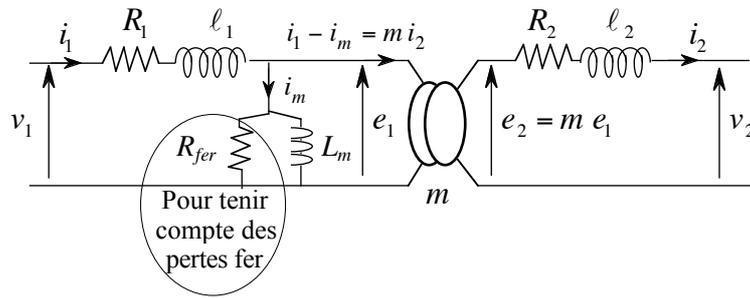


Figure 10 : schéma équivalent du transformateur.

3.3 Fonctionnement à vide (\$i_2 = 0\$)

$$i_1 = i_1^o = i_m \quad v_1 = N_1 \frac{d\varphi^o}{dt} + \ell_1 \frac{di_1^o}{dt} + R_1 i_1^o$$

Le courant à vide d'un transformateur \$i_1^o\$ est très faible, il est de l'ordre de quelques % du courant assigné (inférieur au % pour des unités de très forte puissance). Dans ces conditions, les termes \$\ell_1 di_1^o/dt\$ et \$R_1 i_1^o\$ qui sont déjà des termes correctifs pour le fonctionnement nominal (quelques % de la tension) deviennent vraiment négligeables pour le fonctionnement à vide. Les équations électriques sont donc :

$$v_1 \approx N_1 \frac{d\varphi^o}{dt} \quad \& \quad v_2^o \approx m v_1$$

La première équation indique que le flux, donc l'induction magnétique, est directement reliée à la tension primaire. Celle-ci étant sinusoïdale, l'induction magnétique est par conséquent sinusoïdale dans un circuit magnétique.

$$B_{fer} = \frac{V_1 \sqrt{2}}{N_1 S_{fer} \omega} \quad \text{Attention valeurs maximale et efficace}$$

Le courant à vide (souvent appelé courant magnétisant) est donné par le champ magnétique (théorème d'Ampère, cf. page précédente) qui s'obtient à partir de l'induction magnétique imposée par la courbe B(H) du circuit magnétique. Si le circuit magnétique est linéaire, le courant magnétisant sera sinusoïdal. Par contre l'hystérésis et la saturation introduisent des non-linéarités qui se traduisent par une déformation du courant magnétisant. La figure 11 indique par exemple le courant magnétisant pour une courbe B(H) avec saturation. La prise en compte du cycle (pertes fer) complique la construction du courant magnétisant, mais ne modifie pas son allure.

$$\rightarrow \text{Pertes à vide} \quad P^o = f \int_0^T v i^o dt = R_1 I_1^{o2} + P_{fer} \approx P_{fer} \quad \boxed{P^o \approx P_{fer}}$$

Remarque : dans un transformateur correctement construit, les chutes de tension \$\ell_1 di_1/dt\$ et \$R_1 i_1\$ sont faibles (ordre de grandeur : quelques %) devant la tension \$v_1\$ si bien qu'en première approximation :

$$v_1 \approx N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad \varphi \approx \varphi^o$$

Cette équation indique que **le flux principal \$\varphi\$ d'un transformateur est imposé par la tension primaire et non pas par les courants**, \$\varphi\$ est donc constant en amplitude pour \$V_1\$ donnée. Le flux dépend assez peu du fonctionnement.

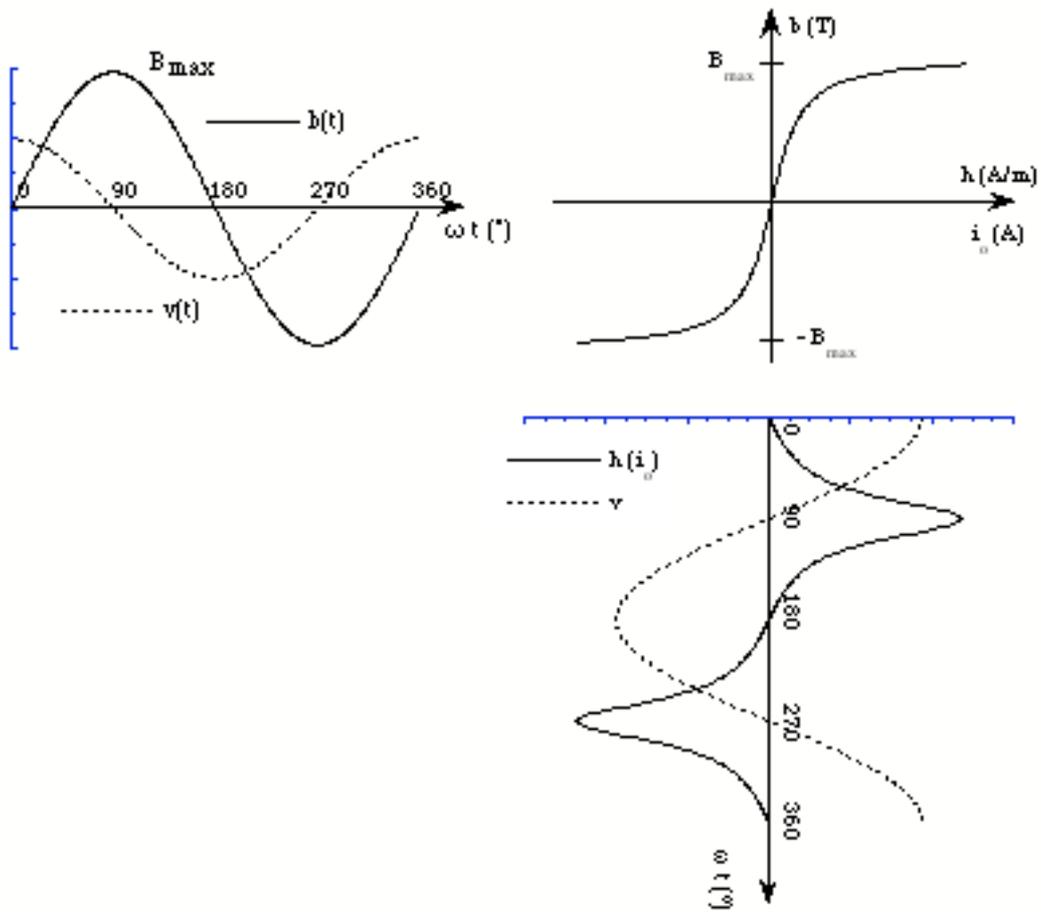


Figure 11 : détermination du courant à vide pour un circuit magnétique sans hystérésis.

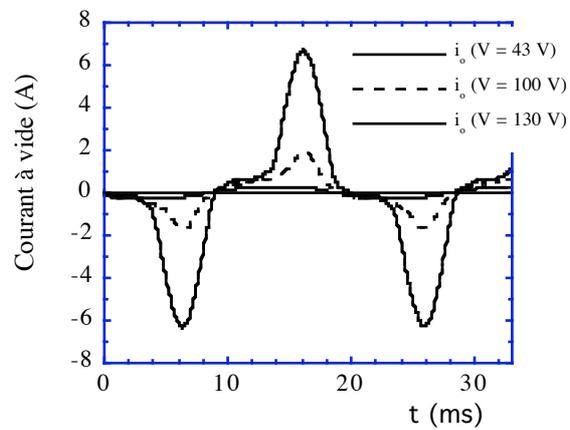


Figure 12 : courants à vide d'un transformateur pour différentes tensions ($V_n = 130$ V).

4 Éléments très succincts de technologie

Deux types de circuit magnétique sont utilisés : à colonne ou cuirassé (Fig. 13). Ils sont constitués d'un empilement de tôles magnétiques (FeSi) de faible épaisseur (ordre de grandeur 0,35 mm) isolées entre elles. Les enroulements primaires et secondaires sont pratiquement toujours concentriques (Fig. 13) pour avoir un très bon couplage magnétique.

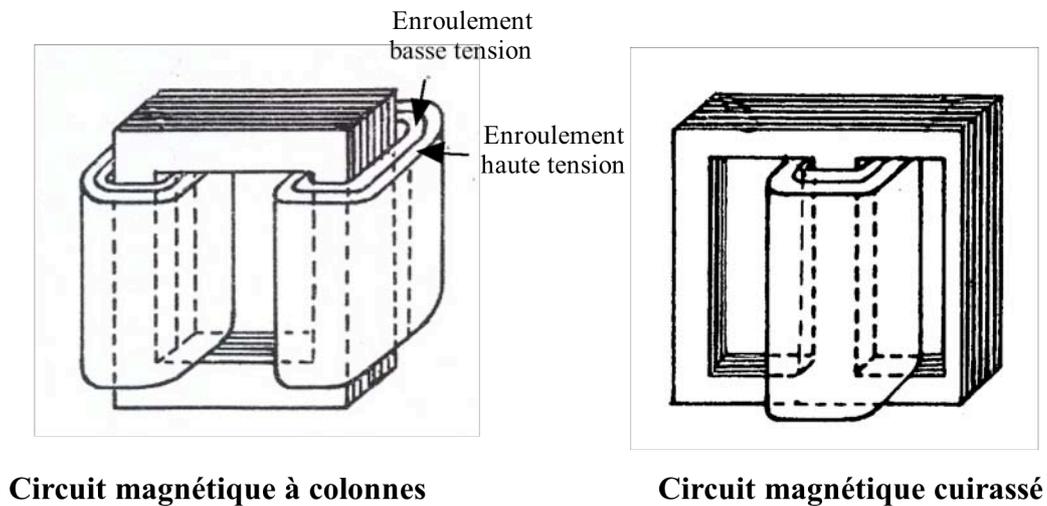


Figure 13 : coupes schématiques de transformateurs à enroulements concentriques.

L'enroulement haute tension peut être réduit en hauteur pour augmenter les distances d'isolation et améliorer la tenue diélectrique.

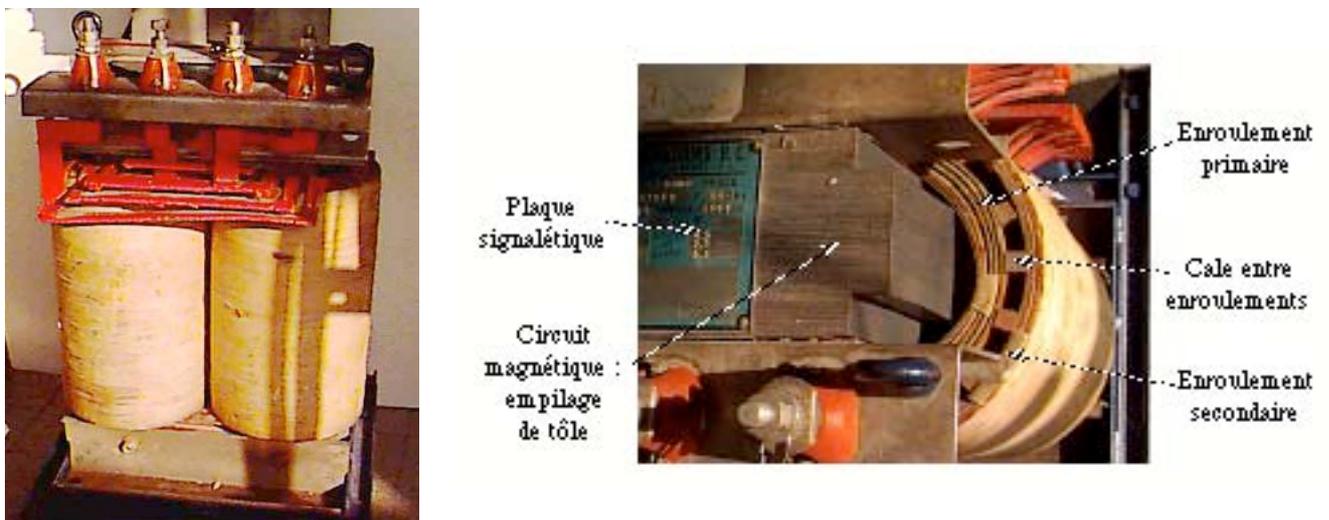


Figure 14 : photos d'un transformateur monophasé.

Le mode refroidissement dépend entre autres du niveau de puissance. Pour des puissances modérées (kVA), le transformateur peut être refroidi par de l'air (transformateur de type sec) en convection naturelle ou forcée. Pour les fortes puissances, l'huile s'impose rapidement. Plus le système de refroidissement sera performant, plus grande sera la compacité de l'appareil. Ce point est particulièrement contraignant pour le transport des très grosses unités.

5 Chute de tension d'un transformateur réel

A vide ($i_2 = 0$), la tension secondaire est simplement la tension primaire multipliée par le rapport de transformation (cf. 6.3.3). En charge la tension secondaire dépend du courant débité pour un transformateur réel. Il est très important de connaître à la chute de tension du transformateur en charge. Il est fondamental en effet de savoir si lorsque l'on branche un appareil sur une prise 230 V, cette tension se maintient ou au contraire s'écroule. Dans ce dernier cas l'appareil branché ne fonctionnera pas correctement si il est spécifié 230 V.

L'étude de la chute de tension d'un transformateur se fait avec l'hypothèse de Kapp : $\boxed{N_1 i_1 = N_2 i_2}$

L'hypothèse de Kapp revient donc à supposer le transformateur parfait en courant, c'est à dire à négliger le courant à vide ou magnétisant du transformateur. Cela revient à considérer que le circuit magnétique est parfait, μ_r infinie et pas de pertes fer, soit $H_{fer} = 0$. Le courant à vide d'un transformateur est effectivement faible. Egal à quelques % (2-4 %) du courant nominal pour les unités de faible puissance, il est souvent inférieur au % du courant nominal pour les transformateurs de forte puissance (> 10 MVA).

5.1 Schéma équivalent, équations de fonctionnement

Le schéma équivalent complet (Fig. 10) devient alors en supprimant L_m et R_f et en ramenant le schéma au secondaire :

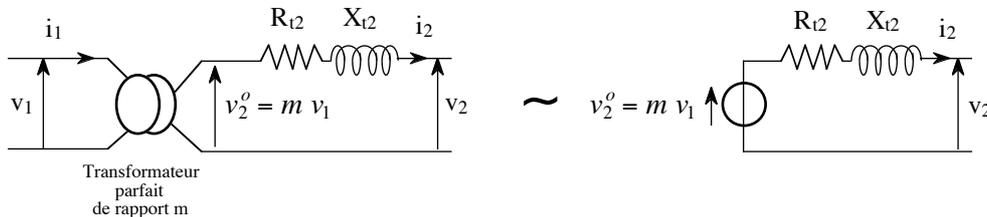


Figure 15 : schéma équivalent du transformateur avec l'hypothèse de Kapp, schéma usuel.

$\bar{V}_2^o - \bar{V}_2 = (R_{t2} + j X_{l2}) \bar{I}_2$	$\begin{cases} R_{t2} : \text{résistance ramenée au secondaire} \\ X_{l2} : \text{réactance de fuite ramenée au secondaire} \end{cases}$
---	--

Un transformateur réel est une source de tension parfaite en série avec une impédance interne constituée par une résistance (les résistances des enroulements correctement ramenées) et une inductance qui représente les fuites magnétiques entre les deux enroulements. Un transformateur réel présente par conséquent une chute de tension en fonction du courant débité, mais elle reste faible (fig. 19).

5.2 Diagramme de Kapp, chute de tension en charge

Le diagramme de Kapp est le diagramme de Fresnel du transformateur en charge (figure 16).

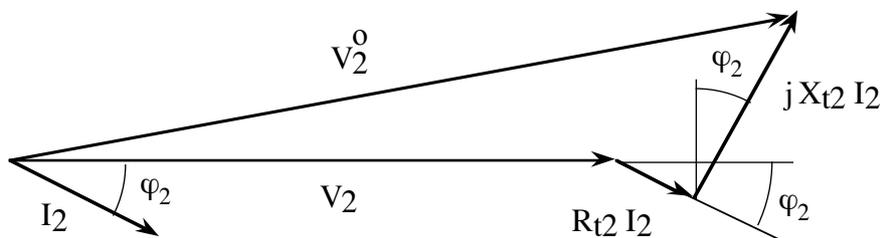


Figure 16 : diagramme de Kapp, le déphasage φ_2 est imposé par la charge.

$$\Delta V_2 = V_2^o - V_2 \approx R_{t2} I_2 \cos \varphi_2 + X_{l2} I_2 \sin \varphi_2$$

$$\Delta V_2 \approx R_{t2} \frac{P_2}{V_2} + X_{l2} \frac{Q_2}{V_2}$$

5.3 Eléments du diagramme de Kapp à partir des essais

5.3.1 Plaque signalétique (Fig. 17)

Plaque signalétique : plaque apposée sur le transformateur qui regroupe plusieurs informations sur le transformateur : puissance assignée, tension primaire, tension secondaire à vide, puissance à vide, en court-circuit, courant à vide et tension de court-circuit, année de fabrication, numéro de série, normes, ... Les valeurs indiquées sont garanties par le constructeur.

En général les grandeurs courant à vide et tension de court-circuit sont données en %. Il s'agit de % des grandeurs nominales. Rappel : les grandeurs assignées (nominales) sont les grandeurs qui se rapportent au fonctionnement pour lequel le transformateur a été défini et dimensionné. Etant donné l'excellent rendement des transformateurs en général, on admet que les puissances assignées primaire et secondaire sont identiques.

$S_a = V_{1a} I_{1a} = V_2^o I_{2a}$: la puissance assignée et les tensions donnent les courants assignés (nominaux).

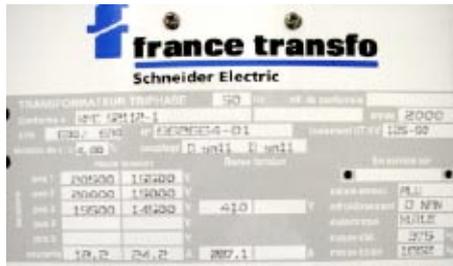


Figure 17 : exemple de plaque signalétique d'un transformateur.

5.3.2 Essai à vide ($i_2 = 0$)

L'essai à vide doit être fait sous tension primaire nominale.

Nous avons déjà vu que : $m = \frac{V_2^o}{V_1}$ & $P_{fer} = P^o$ (Pertes Joule négligeables)

$I_1^o = i_o$ $I_{1a} = i_o \frac{S_a}{V_{1a}}$ (Rappel : i_o qq. %, diminue quand taille transformateur augmente)

5.3.3 Essai en court-circuit ($V_2 = 0$, Fig. 18)

L'essai en court-circuit est réalisé, sauf mention contraire, sous tension primaire réduite de telle sorte que le courant secondaire de court-circuit soit égal au courant secondaire assigné (nominal). La tension de court-circuit correspondante est exprimée en général en valeur réduite. La tension de référence est la tension assignée.

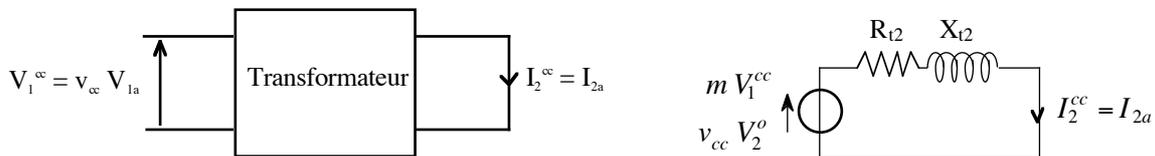


Figure 18 : essai en court-circuit d'un transformateur, schéma équivalent correspondant.

$$v_1^{cc} (\%) = v_{cc} (\%) = 100 \frac{V_1^{cc}}{V_{1a}}$$

$$m V_1^{cc} = v_{cc} V_2^o = Z_{t2} I_2^{cc} = Z_{t2} I_{2a} \quad \left[I_{2a} = \frac{S_a}{V_2^o}; Z_{t2} = \sqrt{X_{t2}^2 + R_{t2}^2} \right]$$

$$Z_{t2} = v_{cc} \frac{V_2^{o2}}{S_a}$$

$$R_{t2} = \frac{P^{cc}}{I_2^{cc2}} = P^{cc} \left(\frac{V_2^o}{S_a} \right)^2 \quad \& \quad X_{t2} = \sqrt{\left(\frac{m V_1^{cc}}{I_2^{cc}} \right)^2 - R_{t2}^2} \quad \left(= \frac{Q^{cc}}{I_2^{cc2}} \right)$$

v_1^{cc} varie entre 4 et 17 % suivant le transformateur et surtout son emplacement sur le réseau.

5.4 Exemple (Fig. 19)

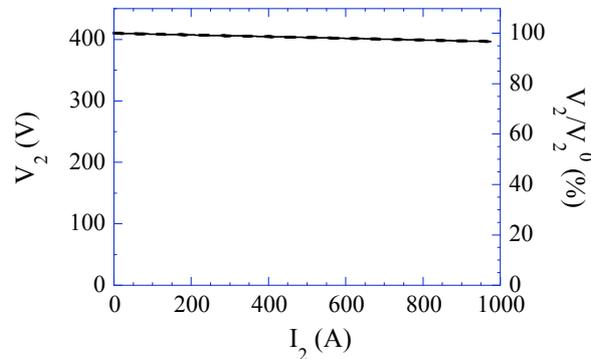


Figure 19 : tension secondaire (absolu et relative) d'un transformateur ($\cos \varphi_2 = 0,8$) en fonction du courant secondaire. (400 kVA ; $P_{cc} = 5\,000$ W ; $u_{cc} = 4\%$)

6 Rendement d'un transformateur

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + R_{t2} I_2^2 + P_{fer}}$$

Pour un produit $V_2 \cos \varphi_2$ donné, le rendement d'un transformateur est maximum lorsque les pertes Joule sont égales aux pertes fer (Fig. 20). La charge dite économique (I_2^*) est celle qui maximise le rendement. Le maximum est assez "plat" (Fig. 20).

$$\text{Courant "économique" (rendement maximum)} : I_2^* = \sqrt{\frac{P_{fer}}{R_{t2}}}$$

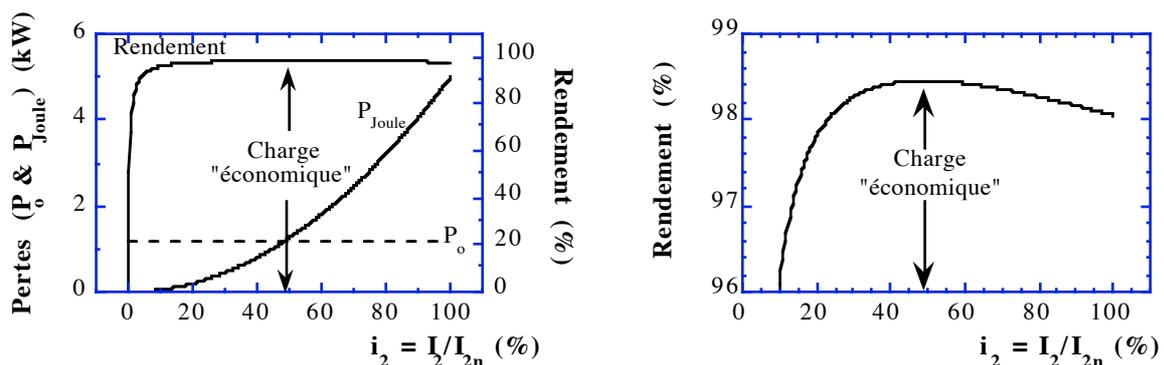


Figure 20 : rendement d'un transformateur de 400 kVA ($\cos \varphi = 0,8$) en fonction du courant secondaire en valeur réduite.

Cette notion de charge économique n'est pas très utilisée car le rendement n'est pas toujours la grandeur la plus pertinente, notamment lorsque la charge varie beaucoup.

Il est souvent intéressant d'introduire le rendement énergétique ; il est défini sur une durée T :

$$\eta_e(T) = \frac{W_u}{W_u + W_{pertes}}$$

$$W_u = \int_0^T P_u(t) dt = \int_0^T v_2(t) i_2(t) dt$$

$$W_{Pertes} = \int_0^T P_{Pertes}(t) dt = \int_0^T \left(R_{l2} i_2^2(t) + P_{fer} \right) dt \approx \int_0^T R_{l2} i_2^2(t) dt + P_{fer} T$$

Amplitude
tension
primaire
constante

$$W_{Pertes} \approx P_{fer} T + P_{cc} \frac{\langle I_2^2 \rangle}{I_{2a}^2}$$

$\langle I_2^2 \rangle$ est la moyenne du carré de la valeur efficace du courant secondaire sur la durée T.

7 Ordres de grandeurs, exemples de réalisation

Transformateur triphasé 16 kVA, 50 Hz, couplage Dyn. (Merlin Gerin)

H.T. : 500 V couplage triangle, B.T. : 380 V couplage étoile neutre sorti.

Refroidissement par air.

Masse totale : 130 kg.

Encombrement (hors tout) : longueur = 0,6 m, largeur = 0,38 m, hauteur = 0,69 m.

Transformateur triphasé 36 MVA, 50 Hz. (Jeumont Schneider)

H.T. : 89 kV ou 62.5 kV ($\pm 12\%$) étoile, B.T. : 15,75 kV (21 kV - 31,5 kV) étoile ou triangle.

Refroidissement par circulation forcée d'huile.

Masse totale : 33 tonnes.

Encombrement (hors tout) : longueur = 4,9 m, largeur = 3,1 m, hauteur = 4,3 m.

Transformateur triphasé 1650 MVA, 50 Hz formé de trois unités monophasées. (GEC Alsthom)

H.T. : 405 kV couplage étoile, B.T. : 20 kV couplage triangle.

Refroidissement par circulation forcée d'huile.

Masse totale : 975 tonnes dont 420 tonnes de circuit magnétique.

Encombrement d'une unité (hors tout) : longueur = 10 m, largeur = 6 m, hauteur = 11 m.

Rendement : il est excellent, il dépend du courant et du cos ϕ de la charge. Exemple transformateur de 16 MVA :

- cos ϕ = 1,0 : η = 99,11 % ($I_N/2$) , η = 98,72 % (I_N)

- cos ϕ = 0,8 : η = 98,89 % ($I_N/2$) , η = 98,41 % (I_N))

8 Transformateurs spéciaux

8.1 Transformateurs de mesure, transformateur de courant

Rôle des transformateurs de mesure :

- isoler le circuit de mesure (isolation galvanique, mise à la terre d'une borne),
- réduire les calibres des appareils de mesure,
- traduire fidèlement les informations y compris en régime transitoire fortement perturbé.

Transformateur de courant (TC) : c'est un transformateur branché en série dans le circuit dont on veut mesurer le courant. Son secondaire doit être impérativement court-circuité, par exemple sur un ampèremètre. Le courant mesuré i_2 , au secondaire, est relié au courant primaire i_1 par la relation (1).

$$(1) \quad N_2 i_2 \approx N_1 i_1 \quad (\text{courant à vide négligé, transformateur "parfait" en courant})$$

La chute de tension aux bornes du primaire est très faible, le transformateur de courant, quand son secondaire est court-circuité, ne perturbe pas le montage. *Attention, un transformateur ne "passe" pas les composantes continues.* Par

contre l'inductance de fuite primaire n'intervient pas pour la mesure du courant ; elle peut être par conséquent très élevée sans perturber la mesure du courant (figure 21, pince ampèremétrique).

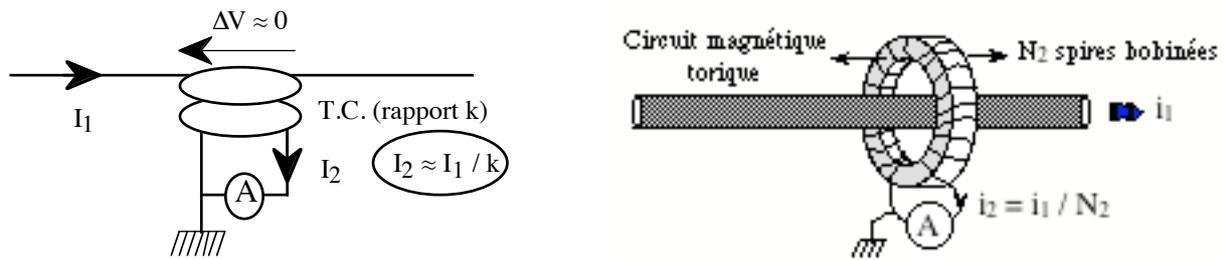


Figure 21 : transformateur de courant ou transformateur série.



Le secondaire d'un transformateur de courant doit être impérativement court-circuité, par exemple sur un ampèremètre. Dans le cas où le secondaire d'un transformateur de courant serait ouvert, le fonctionnement du circuit est fortement perturbé, les tensions dangereusement élevées apparaissent aux bornes du secondaire et les pertes fer augmentent très nettement.

8.2 Autotransformateur

Présentation, constitution et principe (Fig. 22)

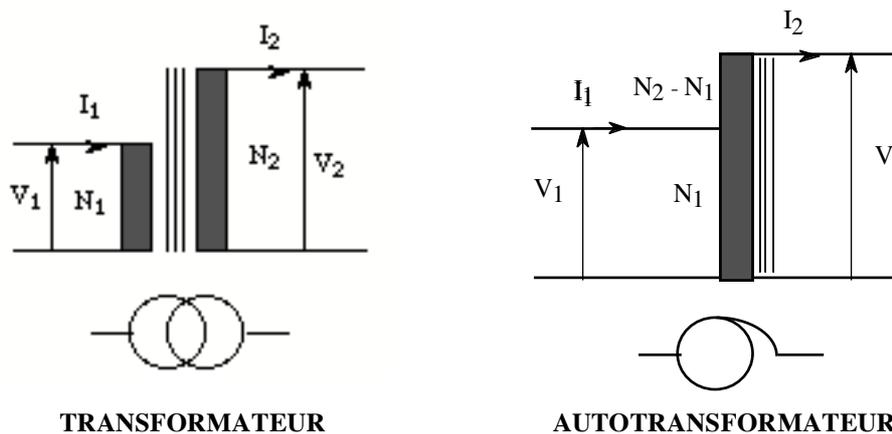


Figure 22 : schémas de principe du transformateur et de l'autotransformateur.

Les équations de fonctionnement sont les mêmes pour le transformateur et l'autotransformateur :

$$V_2^o = \frac{N_1}{N_2} V_1 \quad \& \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_1^o$$

Le tableau 5 donne quelques éléments comparatifs entre transformateurs et autotransformateurs.

Avantages ($0,5 < m < 2$)	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Diminution masse, encombrement. - Réduction pertes à vide et en charge. - Très faible courant à vide (mais appel très élevé). - Faible chute de tension. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pas de séparation galvanique entre primaire et secondaire. - Courant de court-circuit très élevé. - Grande sensibilité aux surtensions atmosphériques - Couplage Yy pratiquement obligatoire en triphasé (couplage non idéal)

Tableau 5 : avantages et inconvénients des autotransformateurs.

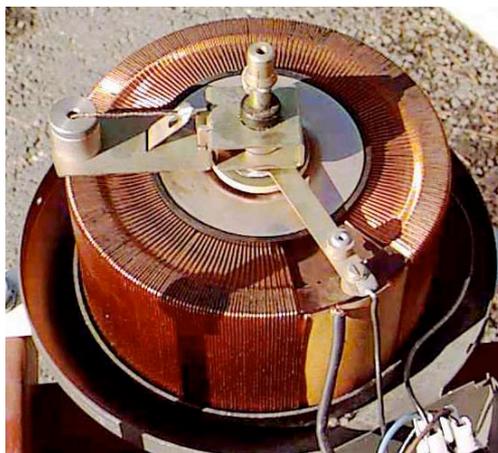


Figure 23 : autotransformateur à rapport variable "variatic".

9 Transformateurs triphasés

9.1 Circuit magnétique

9.1.1 Trois unités monophasées

Cette configuration est simple et parfaitement symétrique, mais elle est encombrante, lourde et coûteuse. Cependant elle peut être intéressante pour le transport (transformateurs de très fortes puissances, sortie de tranche nucléaire par exemple), l'entretien et la réparation.

9.1.2 Circuit magnétique unique plan (Fig. 24)

Cette configuration de circuit magnétique unique est beaucoup plus simple, mais elle introduit une dissymétrie géométrique entre les trois phases, les courants à vide avec ce type de circuit magnétique ne forment pas en particulier un système triphasé équilibré de courant. Le circuit magnétique à cinq colonnes permet de réduire la hauteur totale du circuit magnétique (gabarit de transport SNCF, ...) par rapport à la solution trois colonnes. La structure cuirassée avec le circuit magnétique autour des enroulements est caractérisée par une grande compacité et une excellente rigidité mécanique.

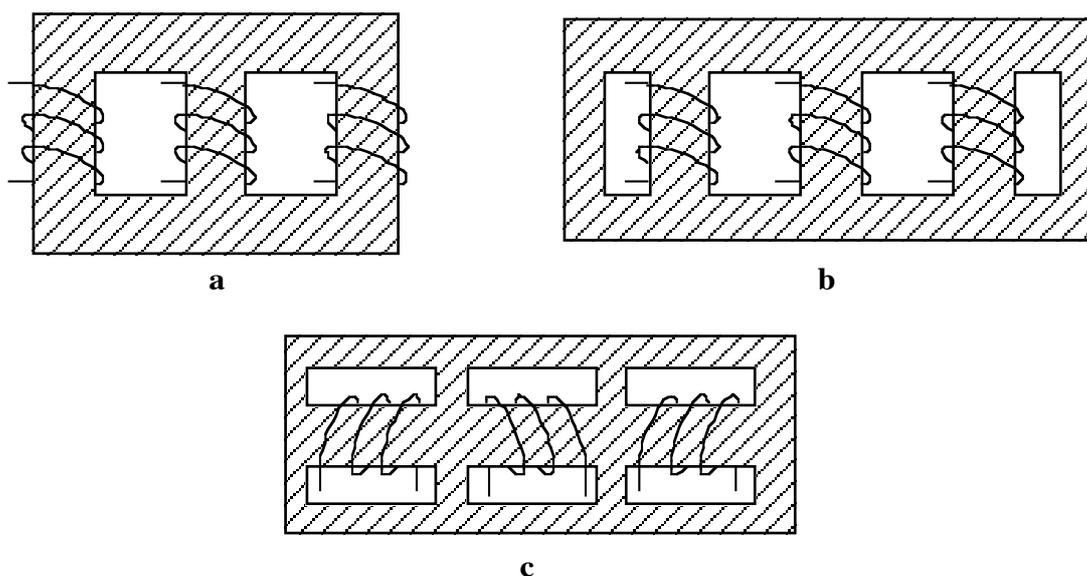


Figure 24 : différents types de transformateurs triphasés à circuit magnétique plan unique.
a : trois colonnes ; b : cinq colonnes ; c : cuirassé (un seul enroulement par phase représenté)



Figure 25 : exemples de transformateur triphasé plan à trois colonnes (coupe France Transfo).

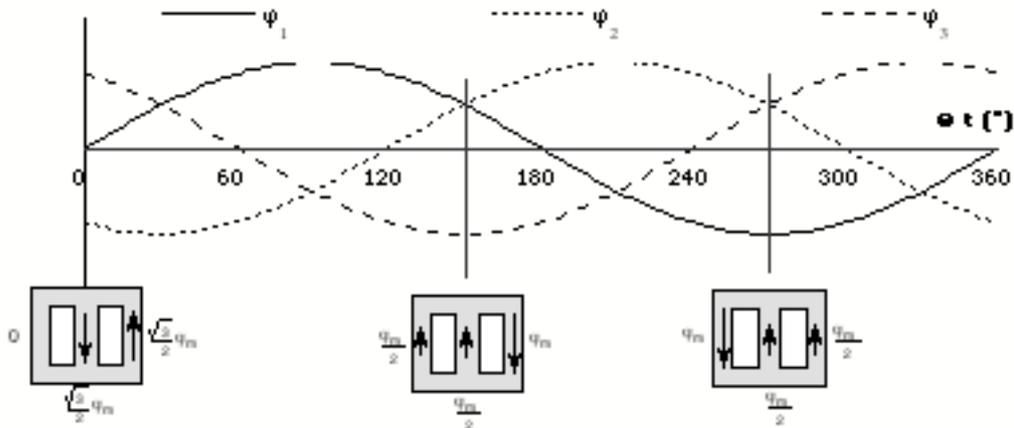


Figure 26 : répartition du flux magnétique au cours du temps dans un transformateur à trois colonnes en régime équilibré.

9.2 Couplage des enroulements primaires et secondaires

Convention : $\begin{cases} - \text{couplage des enroulements haute tension (HT.) est écrit en majuscule} \\ - \text{couplage des enroulements basse tension (BT.) est écrit en minuscule} \end{cases}$

→ Couplage étoile (Y, Y_n, y, y_n) ; l'indice n signifie que le neutre est sorti.

→ Couplage triangle (D, d) ; l'isolation des enroulements doit être renforcée par rapport au couplage étoile.

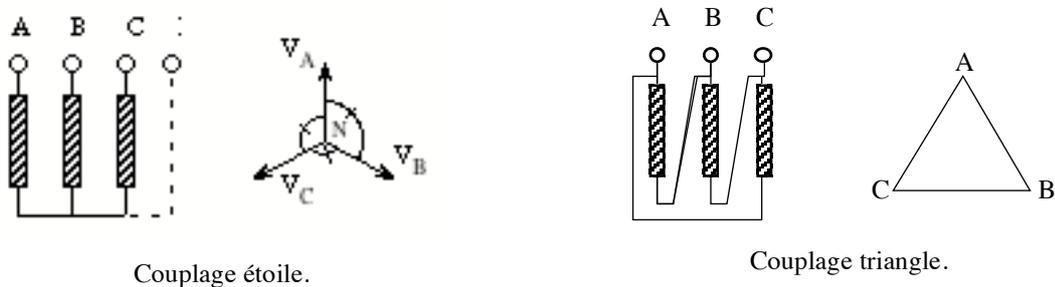


Figure 27 : exemple de couplage en triphasé.

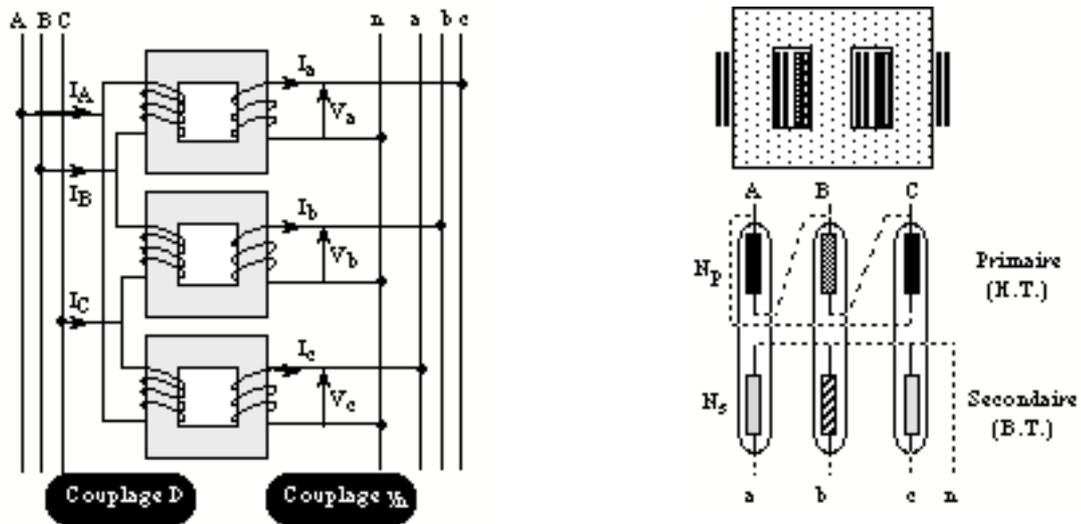


Figure 28 : exemple de couplage Dy_n de transformateurs triphasés (3 unités monophasée et 3 colonnes).

9.3 Fonctionnement sur charge équilibrée

9.3.1 Schéma équivalent

La figure 29 montre le schéma équivalent ramené au secondaire (phase étoile équivalente) d'un transformateur triphasé en fonctionnement équilibré. Comme pour tout système triphasé équilibré, un transformateur triphasé qui fonctionne sur une charge équilibrée s'étudie en considérant une phase unique, mais sans oublier le facteur 3 pour les puissances. La réactance de fuite est par ailleurs une réactance cyclique pour tenir compte des couplages magnétiques entre les phases dans le schéma monophasé équivalent.

Le transformateur triphasé sur charge équilibrée s'étudie donc comme un transformateur monophasé. La seule différence concerne le rapport de transformation. Le rapport de transformation \bar{m} se réduit au rapport du nombre de spires des enroulements primaire et secondaire seulement dans le cas où les couplages sont les mêmes au primaire et au secondaire. Si le couplage n'est pas le même, le rapport de transformation \bar{m} est un nombre complexe avec une phase et son amplitude n'est plus le rapport du nombre de spires des enroulements primaire et secondaire.

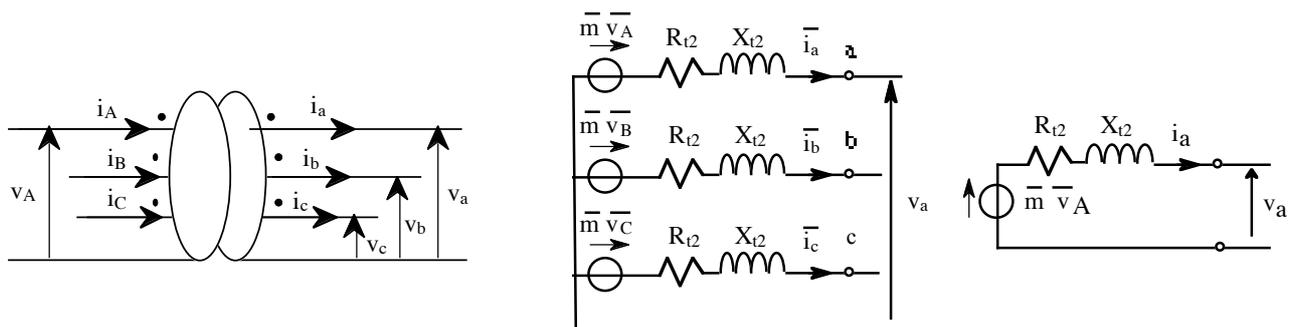


Figure 29 : transformateur triphasé en régime équilibré, schéma étoile équivalent ramené au secondaire.

Les éléments R_{l2} et X_{l2} sont obtenus, comme pour un transformateur monophasé, par l'essai en court-circuit :

$$P_{cc} = R_{l2} \frac{S_a^2}{U_2^{o2}} \quad [U_2^o = \sqrt{3} V_2^o]$$

$$Z_{l2} = \sqrt{R_{l2}^2 + X_{l2}^2} = v_{cc} \frac{U_2^{o2}}{S_a} \quad [U_2^o = \sqrt{3} V_2^o]$$

Attention, dans ces deux expressions, la tension est la tension composée ou la tension entre phases à vide (U_2^o), alors que les éléments se rapportent au schéma étoile équivalent c'est à dire aux tension simples, ou phase-neutre.

9.3.2 Chute de tension en charge

La chute de tension d'un transformateur triphasé se calcule comme celle d'un transformateur monophasé (cf. 6.2). La chute de tension simple (phase-neutre) est donnée par, si R_{t2} et X_{t2} sont les éléments de la phase étoile équivalente :

$$\Delta V_2 = R_{t2} I_2 \cos \varphi_2 + X_{t2} I_2 \sin \varphi_2 = R_{t2} \frac{P_2}{3 V_2} + X_{t2} \frac{Q_2}{3 V_2}$$

La chute de tension relative d'un transformateur triphasé s'écrit :

$$\frac{\Delta V_2}{V_2} = R_{t2} \frac{P_2}{3 V_2^2} + X_{t2} \frac{Q_2}{3 V_2^2} = R_{t2} \frac{P_2}{U_2^2} + X_{t2} \frac{Q_2}{U_2^2} \quad [U_2 = \sqrt{3} V_2]$$

U_2 : tension entre phases ; V_2 : tension phase-neutre

9.4 Pertes et rendement

9.4.1 Pertes à vide

Comme pour le transformateur monophasé, compte tenu des faibles valeurs des courants à vide, les pertes Joules sont négligeables et les pertes à vide ne sont représentées pratiquement que par les pertes fer. Attention les pertes fer ne sont pas égales en général sur les trois phases (système à vide non équilibré), il faut bien utiliser un wattmètre triphasé.

$$\boxed{P_o \approx P_{fer}}$$

9.4.2 Pertes en court-circuit

Comme pour le transformateur monophasé, compte tenu des faibles tensions appliquées pour cet essai, les pertes fer sont négligeables et les pertes en court-circuit ne sont représentées pratiquement que par les pertes Joules. Les trois courants de court-circuit forment un système triphasé équilibré (si les tensions sont triphasées équilibrées). Seules les inductances de fuite entre les enroulements d'un même noyau (colonne) interviennent en effet et ces inductances sont égales pour les trois phases.

$$\boxed{P_{cc} = P_{Joule} = 3 R_{t2} I_{2a}^2} \quad \begin{cases} I_{2a} : \text{courant de ligne secondaire (valeur efficace assignée)} \\ R_{t2} : \text{résistance ramenée au secondaire pour une phase étoile équivalente} \end{cases}$$

$$P_{cc} = R_{t2} \frac{S_a^2}{U_2^2} \quad [U_2^o = \sqrt{3} V_2^o]$$

9.4.3 Rendement

En considérant le schéma étoile équivalent, l'expression du rendement est :

$$\boxed{\eta = \frac{3 V_2 I_2 \cos \varphi_2}{3 V_2 I_2 \cos \varphi_2 + 3 R_{t2} I_2^2 + P_o}} \quad \begin{cases} V_2 : \text{tension simple (phase - neutre) secondaire} \\ I_2 : \text{courant de ligne secondaire} \end{cases}$$

Comme pour le transformateur monophasé, le rendement d'un transformateur triphasé passe par un maximum pour $V_2 \cos \varphi_2$ donné lorsque les pertes fer sont égales aux pertes Joule. Le courant correspondant est appelé "charge économique" ; celle-ci est donnée par :

$$I_2^* = \sqrt{\frac{P_o}{3 R_{t2}}}$$

10 Résumé

Le transformateur est un composant essentiel des réseaux électriques alternatifs. En modifiant avec un excellent rendement, le niveau de tension, il permet de transporter l'énergie électrique sur de grandes distances et avec des pertes réduites. Il est constitué d'un circuit magnétique et d'enroulements avec des nombres de spires, en général différents. En monophasé, les tensions à vide sont dans le rapport du nombre de spire. Un transformateur réel est proche d'un transformateur parfait. La chute de tension en charge reste faible. Grâce au circuit magnétique, son courant à vide est très réduit si bien que les courants sont pratiquement dans le rapport inverse du nombre de spires.

Un transformateur triphasé en régime équilibré peut être étudié comme un transformateur monophasé. Par contre le couplage des enroulements primaire et secondaire est en général différents ce qui introduit un déphasage entre les tensions (simples ou composées) primaire et secondaire.

En régime équilibré, un transformateur peut être représenté par le schéma de la figure 30. Les éléments R_{fer} et L_m sont donnés par l'essai à vide (i_o et P_o) et peuvent être en général négligés (impédances infinies, courant à vide nul) dans un premier temps. Les éléments R_{t2} et X_{t2} sont donnés par l'essai en court-circuit (v_{cc} et P_{cc}).

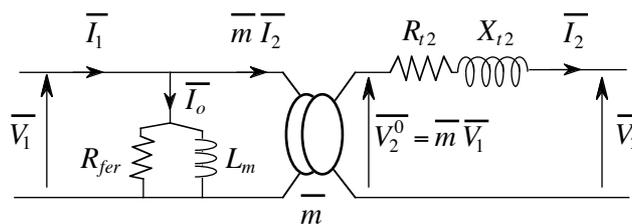


Figure 30 : schéma équivalent d'un transformateur triphasé en régime équilibré.
(Phase étoile équivalente)

CONVERSION ELECTROMECHANIQUE

1. Structures

1.1. Conversions électromagnétique et électrostatique

- Densité volumique d'énergie magnétique : $\delta W_{mag} = \frac{\vec{B} \vec{H}}{2} \quad [J/m^3]$ } $\left\{ \begin{array}{l} \vec{H} : \text{champ magnétique} [A/m] \\ \vec{B} : \text{induction magnétique} [T, Wb/m^2] \\ \text{Densité de flux magnétique} \end{array} \right.$

- Matériau amagnétique (air, conducteur, ...) : $\vec{B} = \mu_o \vec{H} \quad \Rightarrow \quad \delta W_{mag} = \frac{B^2}{2 \mu_o}$

- Matériau magnétique linéaire : $\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H} \quad \Rightarrow \quad \delta W_{mag} = \frac{B^2}{2 \mu_o \mu_r}$

La densité d'énergie magnétique est plus élevée dans l'air que dans un circuit magnétique. Ceux-ci restent par contre presque indispensables pour créer une induction magnétique avec peu d'A.T. Ils permettent de créer dans l'air, au niveau de l'entrefer, une induction d'environ 1 T, sans difficultés et avec peu de pertes. La densité volumique d'énergie magnétique est alors dans l'entrefer de l'ordre de :

$$\delta W_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_o} \approx 400 \text{ kJ/m}^3 \quad (B = 1 \text{ T})$$

- Densité volumique d'énergie électrique : $\delta W_{elec} = \epsilon_o \frac{\vec{E} \vec{D}}{2} \quad [J/m^3]$ } $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} : \text{champ électrique} [V/m] \\ \vec{D} : \text{déplacement (induction) électrique} [C/m^2] \\ \text{(densité de flux électrique)} \end{array} \right.$

- Matériau tel le vide (air, conducteur, ...) : $\vec{D} = \epsilon_o \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \delta W_{elec} = \epsilon_o \frac{E^2}{2}$

- Matériau diélectrique linéaire de permittivité ϵ_r : $\vec{D} = \epsilon_o \epsilon_r \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \delta W_{elec} = \epsilon_o \epsilon_r \frac{E^2}{2}$

La densité d'énergie électrique est plus élevée dans un matériau diélectrique que dans l'air.

Comme champ électrique utile, le tiers du champ disruptif (rigidité diélectrique) est une valeur raisonnable.

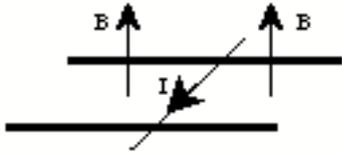
- Air : $E_d \approx 3,2 \text{ MV/m} \quad \delta W_{elec} = \epsilon_o \frac{E^2}{2} = 4 \text{ J/m}^3 \quad (\epsilon_o = \frac{10^{-9}}{36 \pi}; E = 1 \text{ MV/m})$

- Mica : $\left\{ \begin{array}{l} E_d \approx 100 \text{ MV/m} \\ \epsilon_r = 6 \end{array} \right. \quad \delta W_{elec} = \epsilon_o \epsilon_r \frac{E^2}{2} = 24 \text{ kJ/m}^3 \quad (E = 30 \text{ MV/m})$

Conclusion : la densité volumique d'énergie magnétique nettement plus élevée que la densité volumique d'énergie électrique fait (facteur 20) que **les convertisseurs électromécaniques sont essentiellement des convertisseurs électromagnétiques**, sauf aux petites dimensions où les systèmes électrostatiques présentent également des intérêts.

1.2. Notion de réversibilité - exemple

→ **MOTEUR** : rail soumis à une induction magnétique et alimenté en courant.



Il faut un système qui crée une induction magnétique (aimants permanents, électro-aimant).

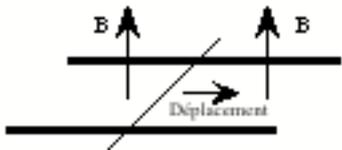
C'est *l'inducteur*

Déplacement (d)

Alimentation en courant (I) \Rightarrow force ($I B \ell$) \Rightarrow Energie mécanique $F d = I B \ell d$

Cette énergie mécanique provient d'énergie électrique. En effet, le déplacement induit une f.c.e.m. qui s'oppose au déplacement. L'intégrale du produit du courant par la f.c.e.m. pendant le déplacement correspond à l'énergie électrique convertie en énergie mécanique.

→ **GENERATEUR** : déplacement d'un rail dans une induction magnétique.



Là encore, il faut un inducteur pour créer l'induction magnétique.

Courant (I)

Déplacement du barreau (vitesse v) f.e.m. ($B \ell v$) \Rightarrow Puissance électrique

La puissance électrique fournie à la charge connectée au générateur provient de la puissance mécanique nécessaire au déplacement du barreau. En effet le courant lié à la charge crée une force qui s'oppose au déplacement.

Dans les deux cas, c'est le barreau qui est le lieu de la conversion électromécanique. Il est le siège de f.c.e.m. (moteur) ou de f.e.m. (générateur) induites. Pour cette raison, il est appelé *l'induit* du système électromécanique

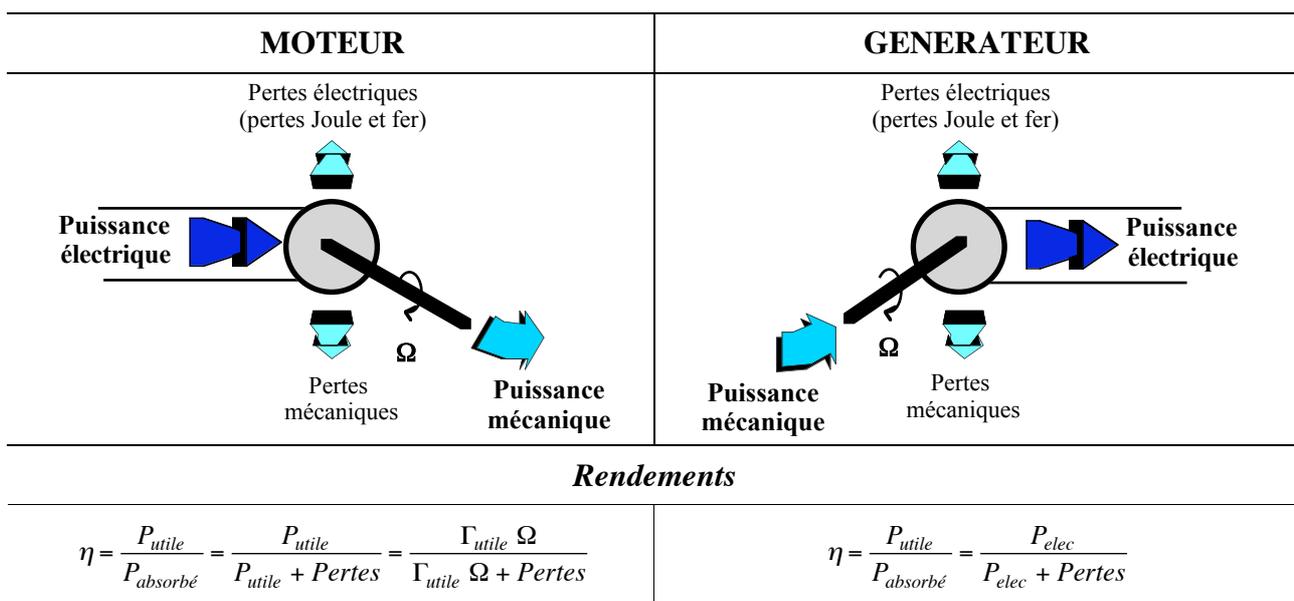


Figure 1 : fonctionnement moteur et générateur.

1.3 Eléments des structures électromagnétiques

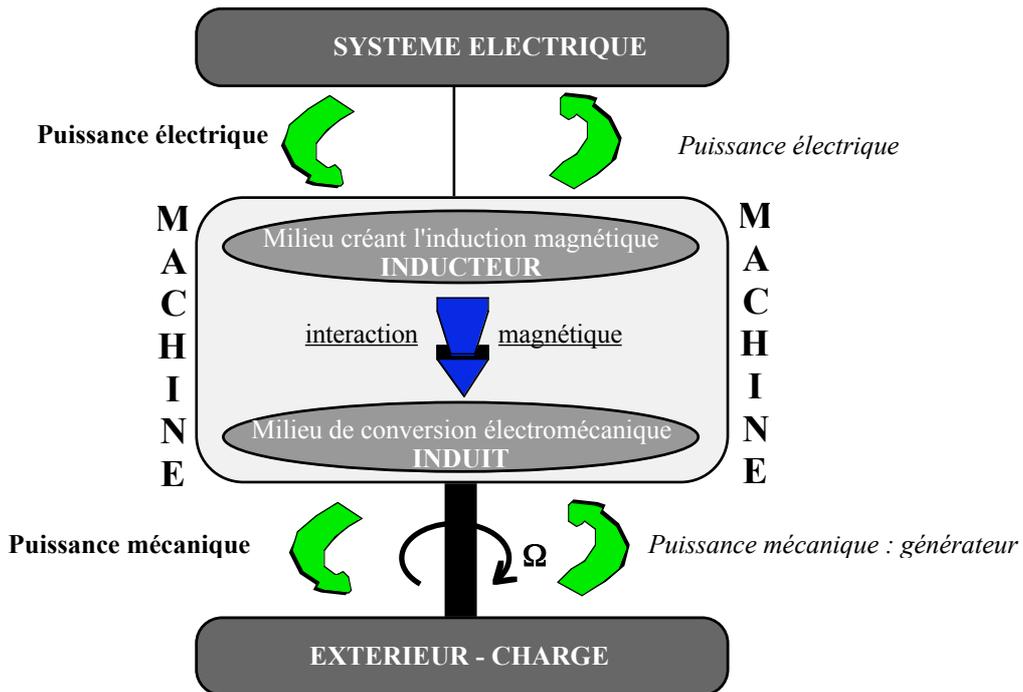


Figure 2 : conversion électromécanique.

1.4 Géométries des structures électromagnétiques

1.4.1. Structures tournantes

Pour obtenir le couple maximum, le courant et l'induction doivent être orthogonaux. Deux configurations sont donc possibles :

→ structure cylindrique (Fig. 3) : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{conducteurs axiaux} \\ - \text{induction radiale} \end{array} \right.$ *C'est la configuration classique.*

→ structure disque (Fig. 4) : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{conducteurs radiaux} \\ - \text{induction axiale} \end{array} \right.$ Cette configuration est peu utilisée.



Figure 3 : structure cylindrique classique.

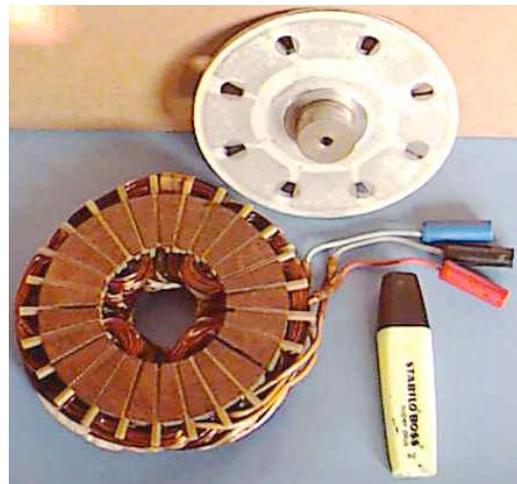


Figure 4 : structure disque.

Stator : partie fixe

entrefer

Rotor : partie tournante

Stator & rotor utilisent des matériaux magnétiques (fer) pour réduire les A.T.

L'alimentation du rotor en puissance électrique pose des difficultés sauf si le transfert se fait par voie électromagnétique. Sinon le transfert doit s'effectuer par voie mécanique, c'est à dire des balais (en général en graphite) qui frottent sur des bagues métalliques (Fig. 5) ou des lames solidaires du rotor. Ce frottement entraîne non seulement une usure mécanique (donc entretien régulier) mais aussi des pertes électriques lorsqu'un courant circule. Il est par conséquent préférable de ne pas devoir transférer des puissances importantes au rotor par voie mécanique.

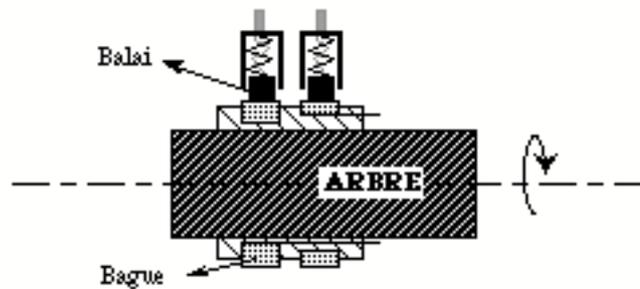


Figure 5 : contacts par bagues-balais.

Deux types d'entrefer (Fig. 6) :

- entrefer constant : machine à pôles lisses
- entrefer variable : machine à pôles saillants

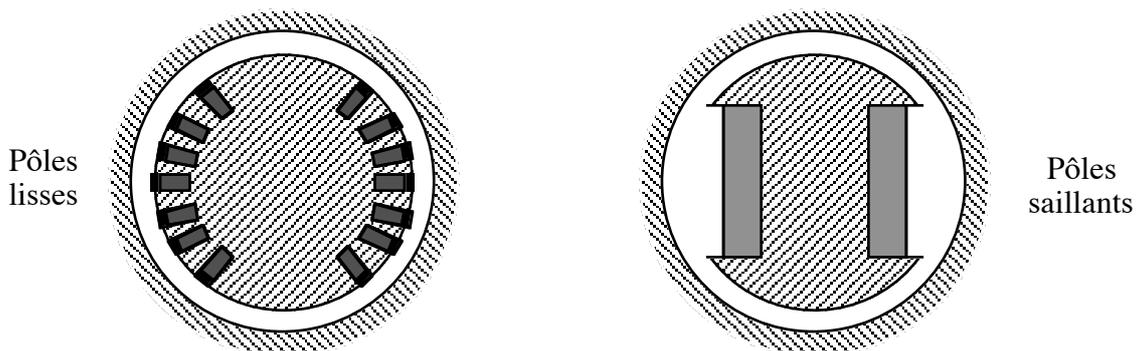


Figure 6 : rotors à pôles lisses et à pôles saillants d'une machine.

1.4.2. Structure linéaire

Les pertes magnétiques sont importantes, dues au circuit magnétique non fermé.

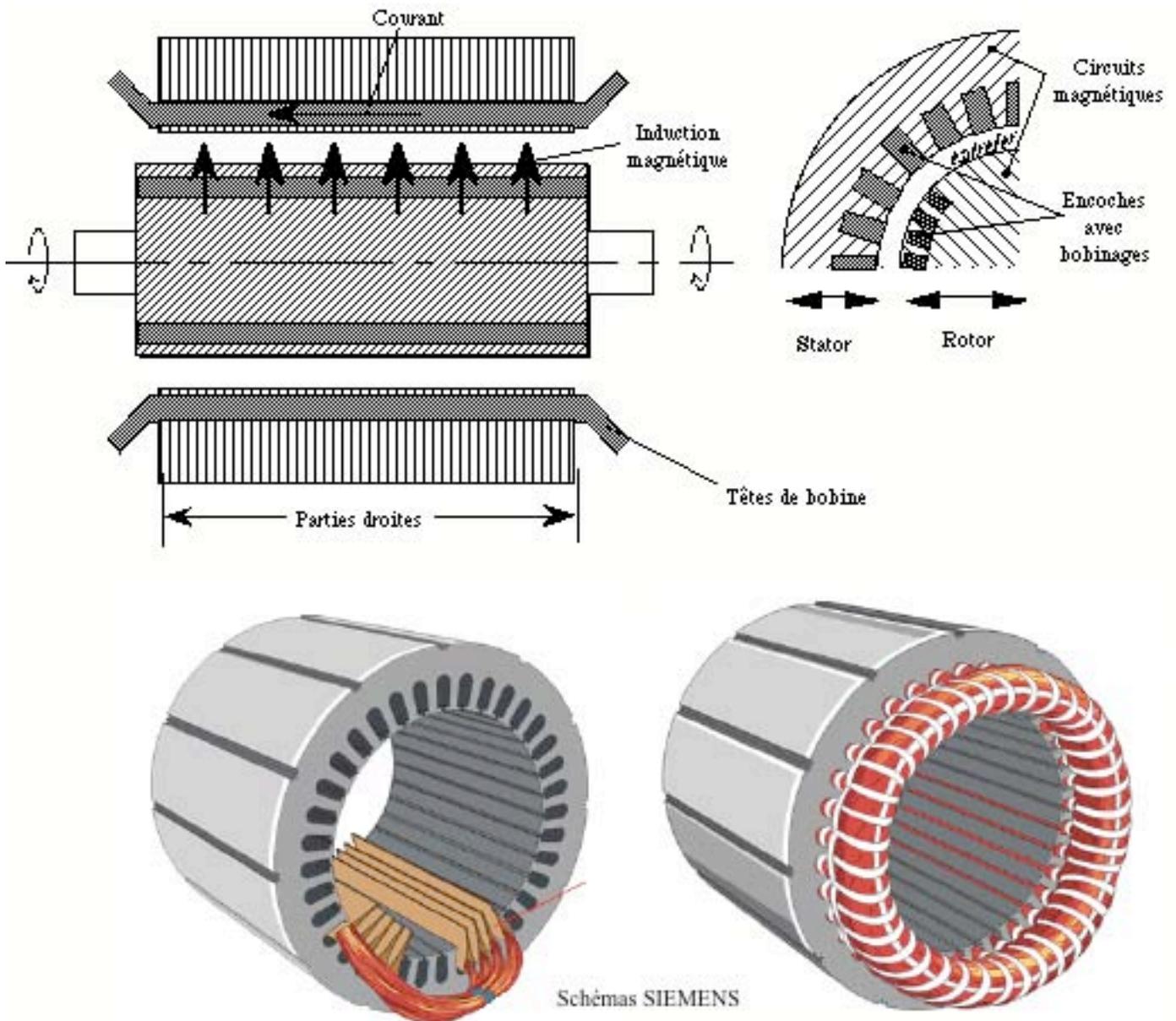


Figure 7 : coupes de machines électriques de structure cylindrique classique.

2 Quelques considérations

L'encombrement et le poids d'un moteur sont principalement donnés par son couple et non sa puissance. Pour les charges à basse vitesse, il est donc en général intéressant d'intercaler un réducteur pour diminuer le couple, donc la taille du moteur d'entraînement en le faisant tourner plus rapidement que la charge. Des considérations mécaniques, acoustiques ainsi que de fréquence d'alimentation et des pertes électriques associées limitent les vitesses de rotation.

Le couple est donné par la pression magnétique tangentielle dans l'entrefer. Cette pression est liée à l'induction magnétique et à la densité linéique de courant de l'induit. Elle est donc limitée par la saturation des matériaux magnétiques et l'échauffement. Sa valeur est comprise entre 1 et 10 N/cm² (0,1 - 1 bar) suivant la sophistication de la machine (matériaux utilisés et refroidissement). Pour les couples massiques, 1 à 10 Nm/kg, voire 20 Nm/kg, sont des bons ordres de grandeur à avoir, sachant que 20 Nm/kg reste une valeur exceptionnelle.

3 Evolution des moteurs

Les moteurs électriques, comme toute l'électrotechnique, ont subi de nombreuses et profondes évolutions depuis les premières machines. Cette évolution est liée en partie aux progrès constants de l'électronique de puissance, notamment des composants (thyristors, GTO, IGBT). Ceux-ci ont conduit en particulier à des sources alternatives à fréquence variable. Cette évolution n'est pas terminée et de nouvelles structures apparaissent (machine à flux transverse). La principale motivation est la recherche d'entraînements électriques toujours plus performants en termes de poids, volume, rendement et de coût. L'utilisation d'aimants permanents se développe et ils permettent des gains en rendement (plus de pertes d'excitation). Différents logiciels optimisent de plus en plus finement les machines qui bénéficient de l'amélioration constante des matériaux.

MACHINES A COURANT CONTINU

1 Introduction

La machine à courant continu a été la machine électrique à vitesse variable par excellence. Sa commande en vitesse est en effet extrêmement simple. Par contre c'est une machine délicate à construire qui nécessite un entretien régulier. Par ailleurs elle est limitée en puissance.

Le développement des composants de l'électronique de puissance a fait que les machines alternatives peuvent être commandées désormais en vitesse avec d'excellentes performances mais à des coûts parfois encore élevés. Or ces machines sont beaucoup plus simples de construction et elles requièrent nettement moins d'entretien. C'est pourquoi les entraînements électriques à courant continu font de plus en plus place aux entraînements alternatifs (machines dites synchrones ou asynchrones). Les entraînements électriques à courant continu sont encore cependant très présents dans l'industrie. Ils résistent encore très bien dans certains domaines en raison de contraintes économiques très fortes (automobiles par exemple).

2 Constitution et représentation

Induit : partie tournante (rotor). Il est constitué d'enroulements insérés à l'intérieur d'encoches dans un circuit magnétique feuilleté. Ces enroulements sont reliés au circuit extérieur par l'intermédiaire d'un collecteur (cf. plus loin).

Inducteur : partie fixe (stator). Il crée une induction magnétique fixe par des électro-aimants ou par des aimants permanents.

Conventions : → courant d'excitation (inducteur bobiné) noté i ,
→ courant d'induit noté I .

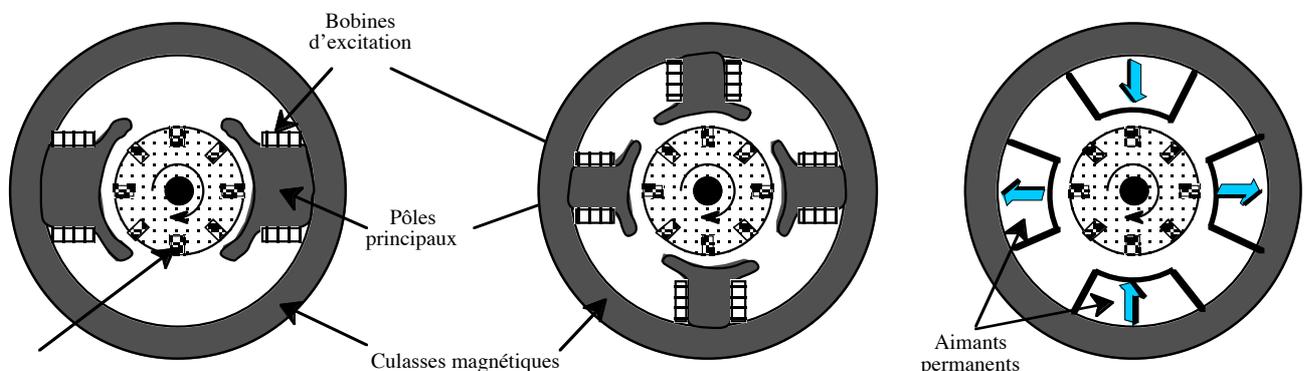


Figure 1 : coupes schématiques d'une machine à courant continu bipolaire et quadripolaire inducteur bobiné, machine à aimants permanents.

Représentation :



Figure 2 : représentation d'une machine à courant continu.

3 Inducteur

3.1 Constitution

L'inducteur d'une machine à courant continu est la partie fixe, le stator. Il crée une induction magnétique continue dans le temps et fixe dans l'espace. Cette induction est créée soit par des aimants permanents soit par des bobinages (bobines excitatrices) situés autour des pôles principaux et alimentés par un courant continu. Les pôles et la culasse sont en matériaux magnétiques. Ils peuvent être massifs mais très souvent il s'agit d'un empilement de tôles magnétiques découpées dans la même plaque que le rotor.

La figure 3 donne la répartition de l'induction créée par l'inducteur dans l'entrefer d'une machine CC bipolaire. En supposant le circuit magnétique non saturé, l'induction est radiale dans l'entrefer puisque l'induction est perpendiculaire à un circuit magnétique.

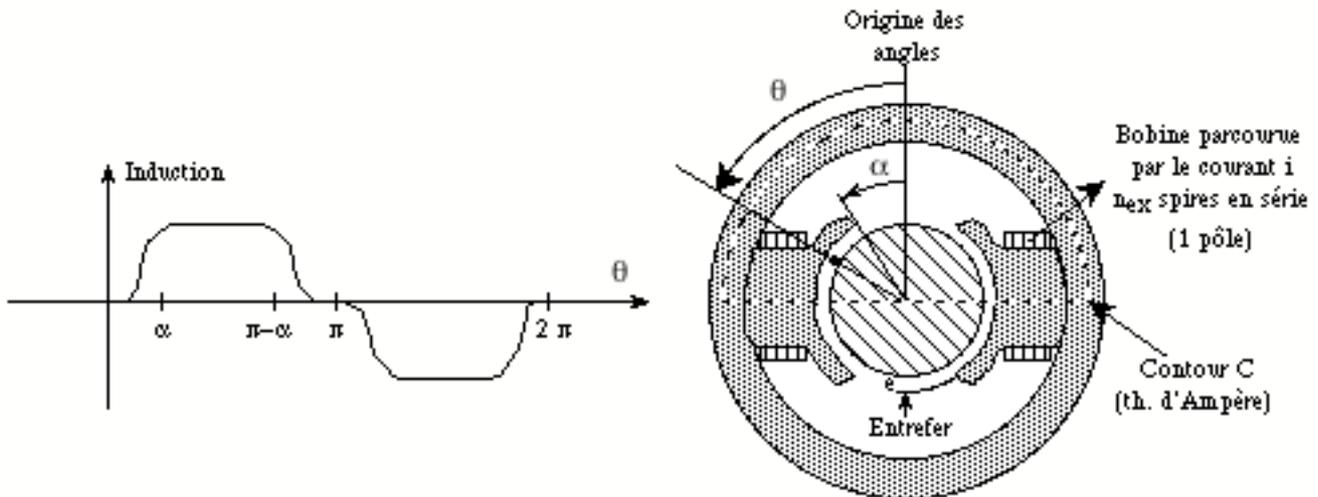


Figure 3 : répartition de l'induction magnétique à vide dans l'entrefer d'une machine CC bipolaire.

Théorème d'Ampère appliqué le long du contour fermé C (fig. 3) : $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = 2 n_{ex} i$

En négligeant la circulation du champ magnétique dans le circuit magnétique (μ_r très élevée), on obtient l'induction dans l'entrefer :

$$\vec{B} = B \vec{u}_r \quad B \approx \mu_0 \frac{2 n_{ex} i}{2e}$$

$\left\{ \begin{array}{l} n_{ex} : \text{nombre de spires en série par pôle} \\ i : \text{courant d'excitation} \\ e : \text{épaisseur de l'entrefer} \end{array} \right.$

Le flux sous un pôle à l'induit est donné par :

$$\varphi = \int_0^\pi \int_0^{L_z} b(\theta, r, z) R d\theta dz$$

$$\varphi = R L_z \int_0^\pi b(\theta) d\theta$$

$$\varphi = \pi R L_z B_{moyen}$$

L_z : profondeur de la machine
 (partie active : circuit magnétique)
 R : rayon extérieur de l'induit
 (hypothèse 2D)

L'évolution du flux φ en fonction du courant d'excitation i est donnée par la figure 4. Cette caractéristique magnétique est linéaire pour de faibles valeurs du courant puis se coude dès que le circuit magnétique commence à saturer. Le courant d'excitation doit alors beaucoup augmenter pour aimanter davantage le circuit magnétique et accroître le flux. Cette caractéristique est en effet reliée à la courbe B(H) du matériau magnétique utilisé.

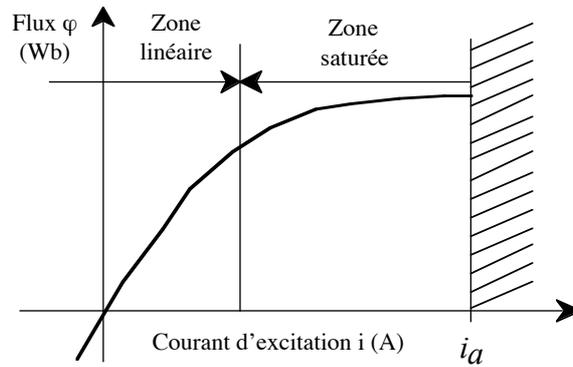


Figure 4 : flux inducteur en fonction du courant d'excitation i .

3.2 Alimentation de l'inducteur

Il y a essentiellement 3 types d'alimentation de l'inducteur (Fig. 5).

- Alimentation indépendante (ou séparée) : elle nécessite une deuxième alimentation pour l'excitation mais permet une grande souplesse pour commander la machine.
- Alimentation série : l'induit et l'inducteur sont mis en série ($i = I$), c'est le cas des moteurs de traction ferroviaire ou des moteurs universels.
- Alimentation shunt : l'inducteur est mis en parallèle avec l'induit.

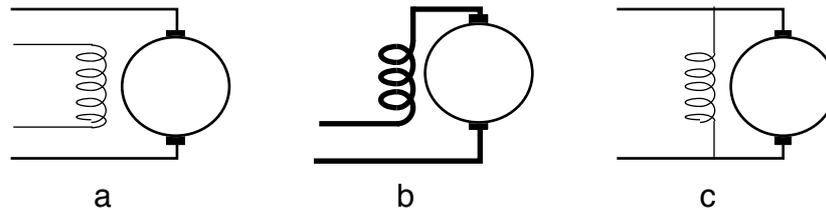


Figure 5 : différents types d'excitation des machines à courant continu.
a : indépendante (séparée) ; b : série ; c : shunt.

4. Induit

4.1 Constitution

L'induit d'une machine à courant continu est la partie mobile, le rotor. Il est constitué d'un circuit magnétique feuilleté (empilage de tôles magnétiques isolées) dans lequel ont été réalisées des encoches (Fig. 6). Les bobines de l'induit sont placées dans ces encoches. La cale d'encoche permet de maintenir les conducteurs soumis aux forces électromagnétiques et centrifuges.

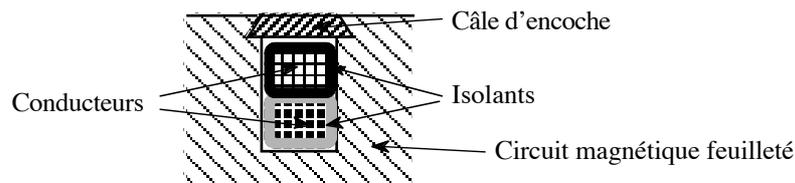
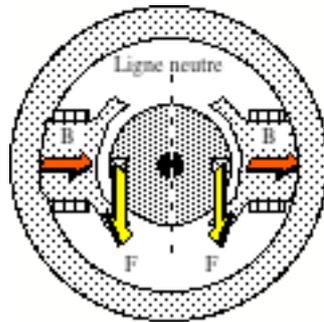


Figure 6 : coupe d'une encoche au rotor d'une machine à courant continu.

4.2 Nécessité d'un commutateur : le collecteur

Considérons une marche en moteur (machine alimentée en courant) : figure 7.



Force totale = 0

Figure 7 : forces de Laplace dans un moteur avec le même courant dans l'induit.

La figure 7 montre que la force totale est nulle si les courants dans l'induit sont tous dans le même sens. Pour obtenir un couple, le courant doit donc nécessairement changer de sens dans les encoches quand celles-ci passent par la ligne neutre (ligne entre deux pôles principaux successifs où l'induction est nulle). Ce changement du sens du courant dans les conducteurs se fait automatiquement par l'intermédiaire du collecteur.

4.3 Le collecteur, principe et constitution

Le collecteur permet d'inverser le courant dans les encoches de l'induit lorsqu'elles passent par la ligne neutre. C'est un onduleur mécanique (transformation de grandeurs continues en grandeurs alternatives). Le collecteur fige dans l'espace le champ de l'induit qui se retrouve ainsi fixe par rapport au champ inducteur ; c'est la condition nécessaire pour avoir un couple dans une machine électrique. Le champ de l'induit, appelé réaction magnétique d'induit, est en quadrature avec le champ inducteur (couple maximum, figure 8).

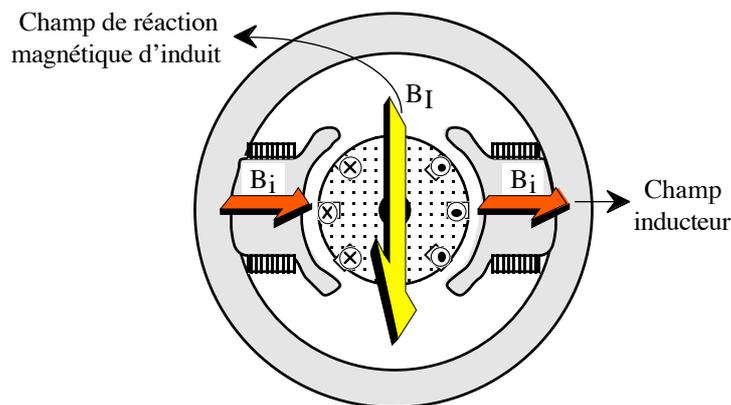


Figure 8 : inductions magnétiques de l'inducteur et de l'induit (réaction magnétique d'induit).

Le collecteur est constitué de lames conductrices (cuivre) isolées entre elles et reliées aux conducteurs de l'induit (Fig. 9). Il est solidaire du rotor. Des balais fixes frottent sur le collecteur. La figure 9 indique comment un collecteur permet d'inverser le courant dans un conducteur du rotor lorsque celui-ci passe par la ligne neutre, c'est à dire entre deux pôles.

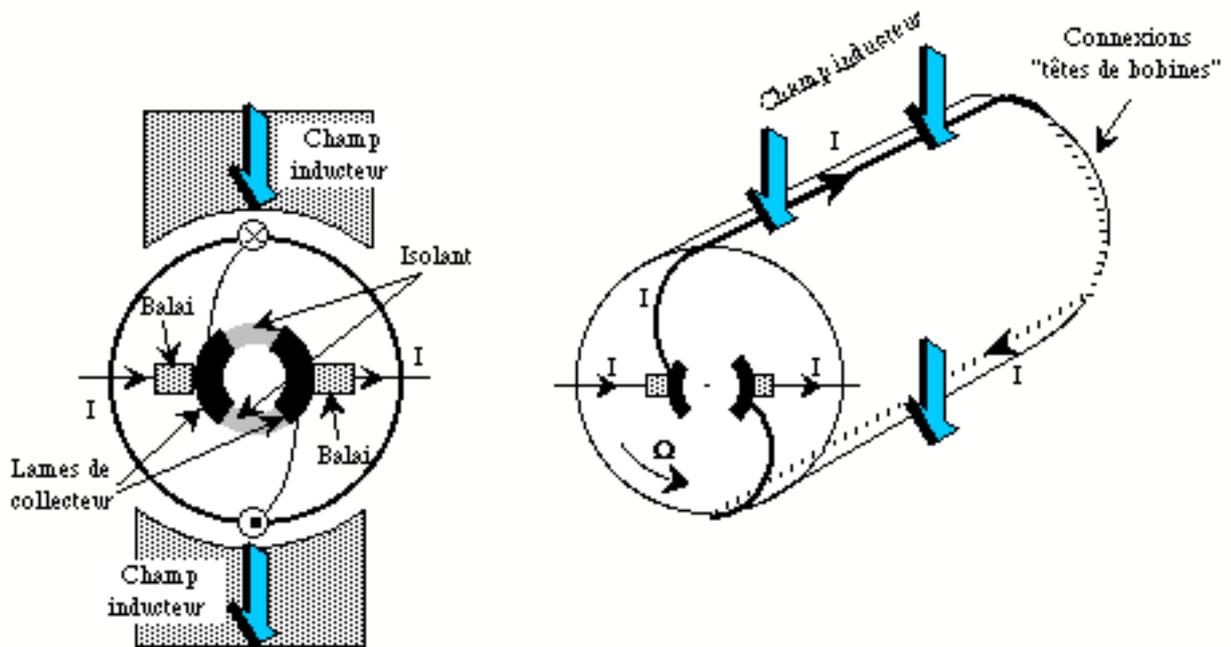


Figure 9 : principe d'un induit tambour ou Siemens.

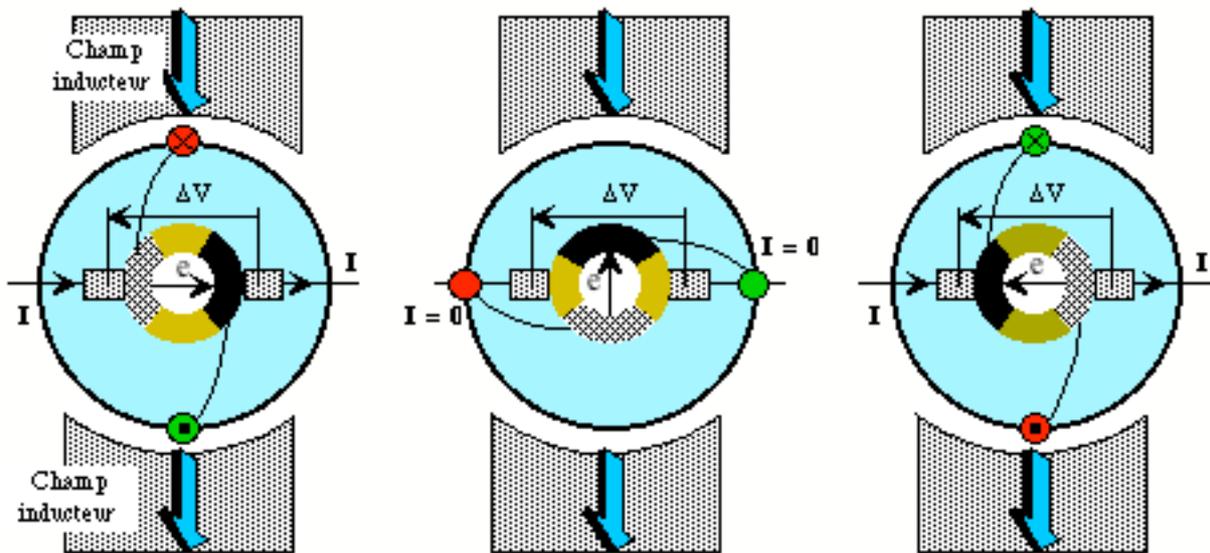


Figure 10 : principe de la commutation avec un induit tambour.

De façon analogue, le collecteur redresse les f.e.m. (ou f.c.e.m.) aux bornes des conducteurs de l'induit, sièges de f.e.m. alternatives ($e = b L_z R \Omega$ (Ω : vitesse de rotation, b : induction locale)). Il transforme des grandeurs alternatives en grandeurs continues (redresseur). Si les chutes de tension (résistance et contact) sont négligées, la tension aux bornes des balais est donnée par la figure 11 en considérant le champ inducteur de la figure 3.

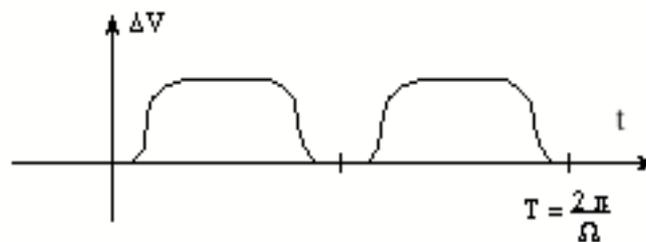


Figure 11 : tension aux bornes des balais.

Le collecteur (figure 15) est la pièce délicate d'une machine à courant continu. Sa réalisation est coûteuse. Le courant doit s'inverser quand le conducteur passe par la ligne neutre. C'est le phénomène de commutation. Or la coupure d'un courant électrique n'est jamais facile car les inductances s'y opposent. Il se crée généralement des arcs électriques (étincelles) qui endommagent les pièces en contact (usure des balais et détérioration des lames par fusion). Pour améliorer la commutation dans les machines performantes, des pôles auxiliaires situés entre les pôles principaux permettent de créer une f.e.m. s'opposant à la tension inductive. Le collecteur est une des limitations des machines à courant continu. Il nécessite un entretien régulier (changement des balais, rectification du collecteur) et limite la tension d'une machine à courant continu (environ 1,8 kV), donc sa puissance.

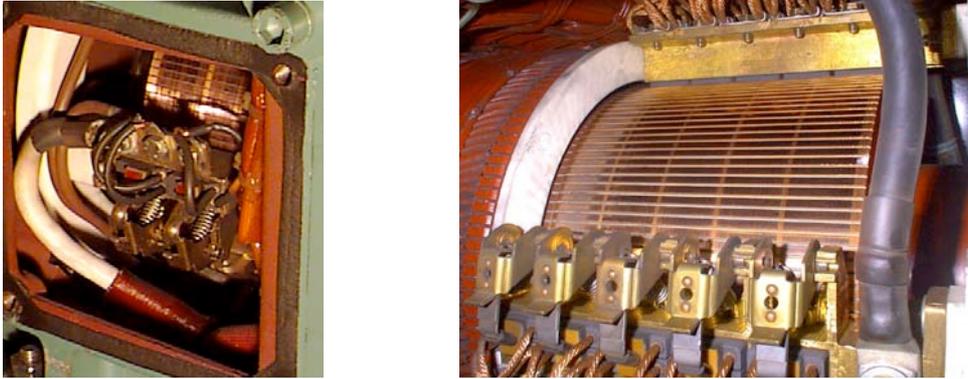


Figure 15 : exemple de collecteur et de balais d'une machine à courant continu (photo Leroy Somer à droite).

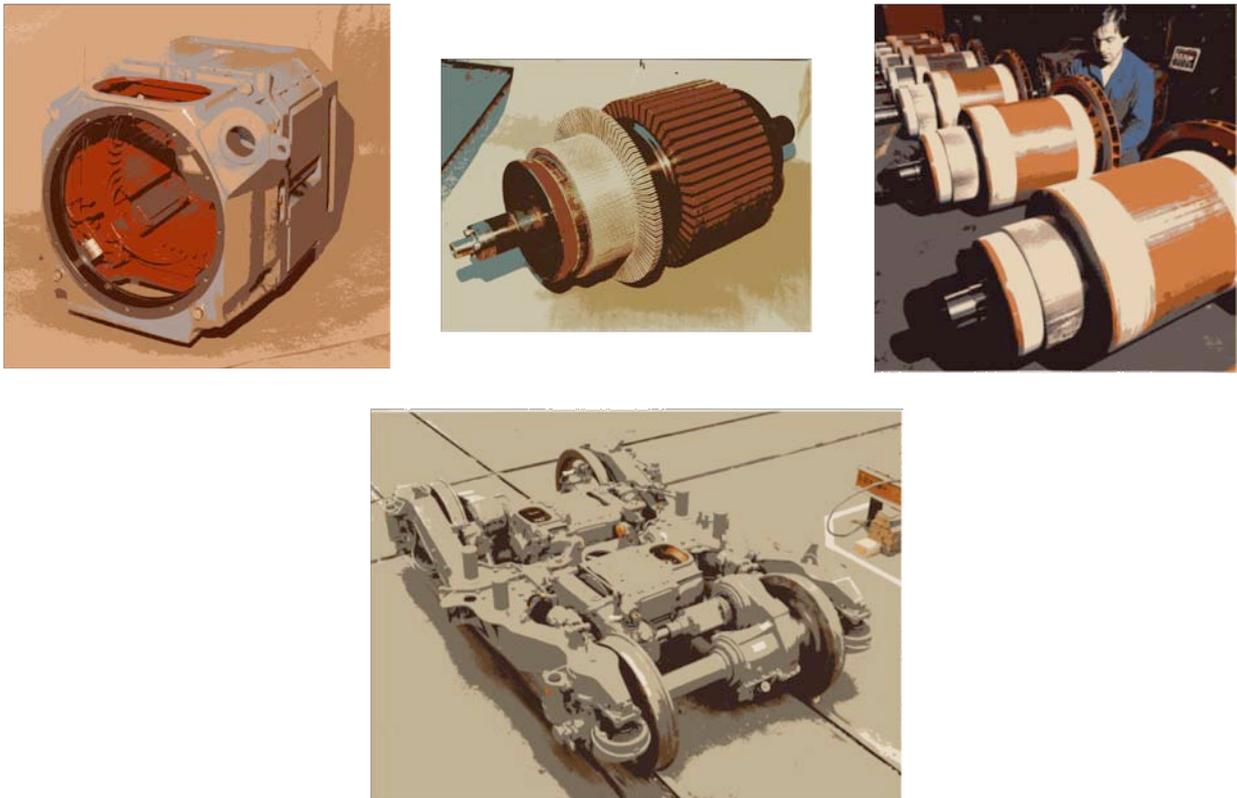


Figure 16 : machine à courant continu du T.G.V. P.S.E., stator, induit avant et après bobinage, moteurs dans le boggie (photos Alstom - SNCF).

Le collecteur est un onduleur de courant mécanique. Il est possible d'imaginer un onduleur électronique. Cet onduleur électronique (Fig. 17) serait une source de courant qui inverse le sens du courant quand le conducteur passe par la ligne neutre (entre les pôles). Il nécessite donc un capteur de position du rotor.

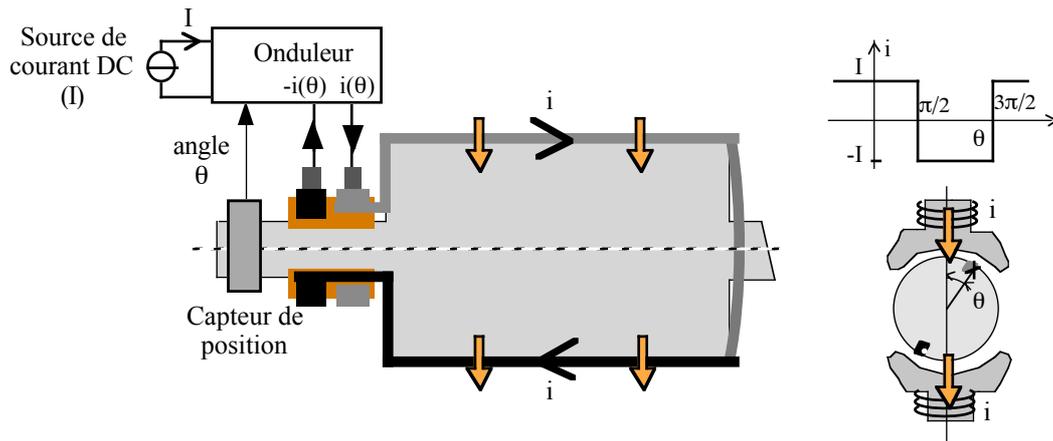


Figure 17 : onduleur électrique remplaçant l'onduleur mécanique qu'est le collecteur.

5. Caractéristiques

5.1 f.e.m. à vide ($I = 0$)

$$E \stackrel{\text{redressement}}{\approx} \text{constante} = c_f n \langle e \rangle \quad \left\{ \begin{array}{l} \langle e \rangle : \text{valeur moyenne de la f.e.m. aux bornes d'un conducteur} \\ n : \text{nombre total de conducteurs de l'induit} \\ c_f : \text{coefficient fonction du type de bobinage} \end{array} \right.$$

$$\langle e \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} b(t) L_z \Omega R dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} b(\theta) L_z \Omega R d\theta = \frac{\Omega}{\pi} \int_0^{\pi} b(\theta) L_z R d\theta = \frac{\Omega}{\pi} \varphi(i) = \frac{1}{\pi} \Omega B_{\text{moyen}}$$

$$E = \frac{c_f n}{\pi} \Omega \varphi(i)$$

Cette formule, établie pour une machine bipolaire, se généralise pour une machine à courant continu quelconque :

$$\boxed{E = k \Omega \varphi(i)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega : \text{vitesse de rotation (rd/s)} \\ \varphi(i) : \text{flux inducteur sous un pôle} \end{array} \right.$$

k est un coefficient fonction des caractéristiques de construction de la machine (nombre de spires, de pôles, ...). k est une constante connue (ou accessible expérimentalement) pour une machine donnée.

La f.e.m. (ou f.c.e.m.) est une fonction linéaire de la vitesse. Les figures 18 et 19 donnent des exemples de caractéristiques à vide $E(i)$ et $E(\Omega)$.

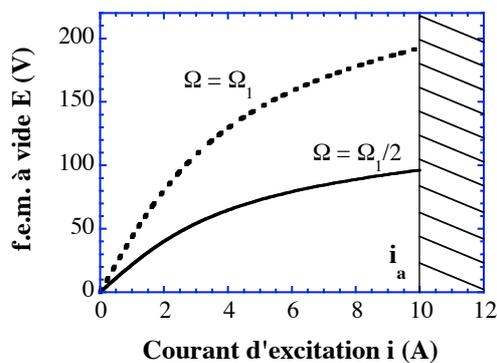


Figure 18 : caractéristique $E(i)$ machine CC.

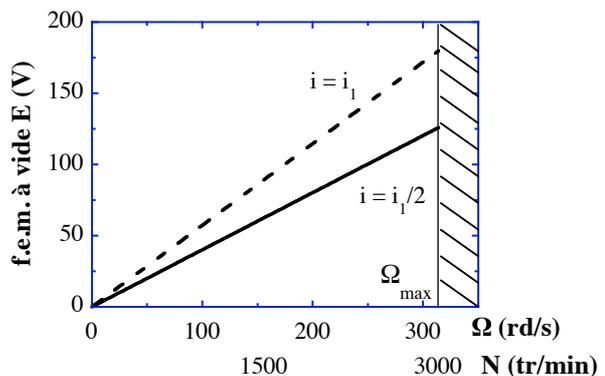


Figure 19 : caractéristique $E(\Omega)$ machine CC.

Attention, Ω est exprimée en rd/s. Souvent la vitesse de rotation est exprimée en tr/min. Le facteur de conversion est :

$$\Omega = \frac{2\pi}{60} N \quad \Omega \text{ en rd/s}, N \text{ en tr/min}$$

5.2 f.e.m. en charge ($I \neq 0$)

On obtient la même expression pour la f.e.m. mais il faut considérer maintenant le champ de réaction magnétique d'induit. Le flux comprend deux contributions, celle de l'inducteur et celle de l'induit.

$$\mathbf{E} = \mathbf{k} \Omega \varphi(\mathbf{i}, I)$$

On pourrait montrer que :

- la réaction magnétique d'induit n'a pas d'influence sur le flux si la machine est linéaire,
- la réaction magnétique d'induit peut être compensée par des enroulements spécifiques placés sous les pôles et parcourus par le courant d'induit (enroulement de compensation).

Par conséquent on pourra négliger dans la majorité des cas l'effet de la réaction magnétique d'induit :

$$\varphi(i, I) \approx \varphi(i)$$

5.3 Couple

L'expression du couple électromagnétique dans une machine à courant continu peut être établie par deux méthodes.

→ Calcul direct

La force élémentaire sur un conducteur de l'induit d'une machine à courant continu est : $f = I b L_z$

Le couple est donné par : $\Gamma_e = n c_f \langle f \rangle R$ (la moyenne est due au collecteur, à l'image de la f.e.m.)

On pourrait montrer qu'il faut considérer le même coefficient lié au type de bobinage.

$$\Gamma_e = R c_f n I L_z \frac{1}{\pi} \int_0^\pi b(\theta) d\theta = \frac{c_f n I}{\pi} \int_0^\pi b(\theta) R L_z d\theta = \frac{c_f n}{\pi} I \varphi(i, I)$$

$$\Gamma_e = \frac{c_f n}{\pi} I \varphi(i, I)$$

Comme pour la f.e.m., on pourrait établir la relation dans le cas général :

$$\Gamma_e = \mathbf{k} \mathbf{I} \varphi(\mathbf{i}, \mathbf{I}) \stackrel{\text{effet de la réaction magnétique négligée}}{\approx} \mathbf{k} \mathbf{I} \varphi(\mathbf{i})$$

→ Calcul par les puissances

Pour un fonctionnement moteur, le bilan de puissance donne :

$$\Gamma_e \Omega = P_{\text{absorbée}} - \text{Pertes} = V I - R I^2 = E I = k \varphi(i, I) \Omega I$$

D'où la même expression que par le calcul direct : $\Gamma_e = \mathbf{k} \mathbf{I} \varphi(\mathbf{i}, \mathbf{I})$

Les figures 20 et 21 donnent des exemples de caractéristiques $\Gamma_e(i)$ et $\Gamma_e(I)$.

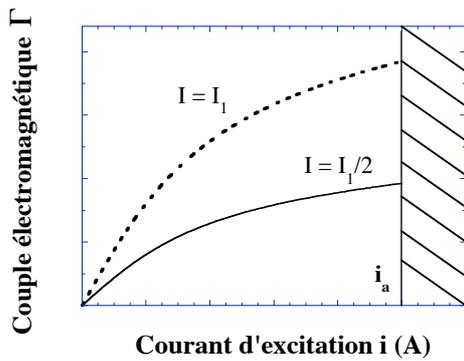


Figure 20 : caractéristique $\Gamma(i)$ machine CC.

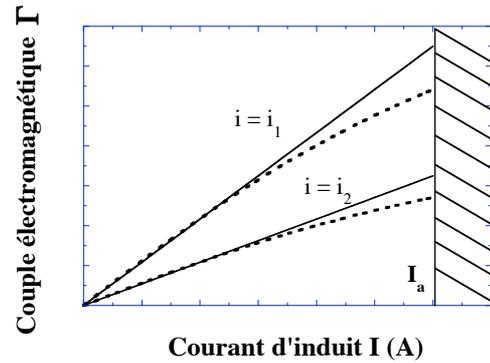


Figure 21 : caractéristique $\Gamma(I)$ machine CC.
(en pointillé : effet de la réaction magnétique d'induit)

Pour obtenir le couple utile sur l'arbre il faut retrancher (en fonctionnement moteur) au couple électromagnétique le couple lié aux pertes mécaniques (frottement, ventilation, ...).

6. Pertes et rendement

La figure 22 représente les différentes pertes dans une machine à courant continu. La figure 23 donne quelques chiffres pour 2 machines.

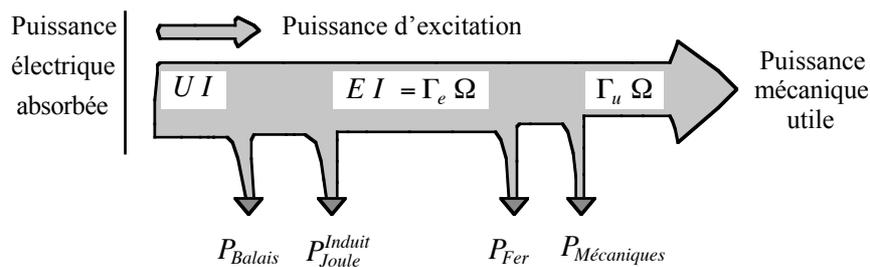


Figure 22 : pertes dans une machine CC.

Le rendement des machines à courant continu est inférieur à celui des machines alternatives, asynchrone et surtout synchrone (spécialement celles à aimants permanents). Les rendements sont typiquement de 70 % (quelques kW) à 92 % (centaine de kW).

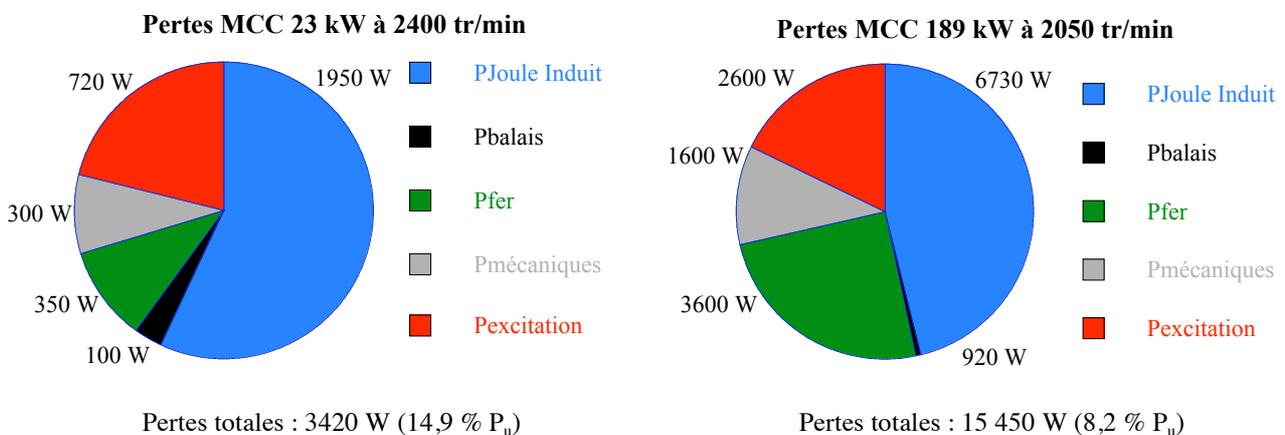


Figure 23 : répartition des pertes dans 2 machines CC (source : Leroy Somer).

7 Récapitulatif (tableau)

La figure 24 donne le schéma équivalent de la machine à courant continu. La chute de tension aux bornes des balais (U_{balai}) est en général négligeable. Les inductances n'interviennent qu'en régime transitoire électrique et l'inductance de l'inducteur est souvent très élevée. La tableau rassemble les équations de fonctionnement. La chute de tension aux bornes des balais y a été négligée.

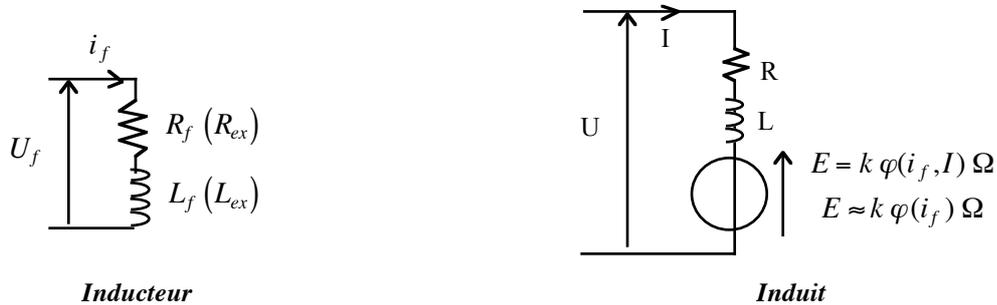


Figure 24 : schéma équivalent d'une machine CC.

Fonctionnement MOTEUR	Fonctionnement GENERATRICE
<p>→ Equations électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $V = E + R I$ ($E = k \varphi(i) \Omega$) - Régime transitoire : $V = E + R I + L \frac{dI}{dt}$ <p>→ Equations mécaniques :</p> <p>Γ_{res} : couple résistant sur l'arbre</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent $\Gamma_e = \Gamma_{\text{resistant}}$ ($\Gamma_e = k \varphi(i) I$) - Régime transitoire : $\Gamma_e - \Gamma_{\text{resistant}} = J \frac{d\Omega}{dt}$ 	<p>→ Equations électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $V = E - R I$ ($E = k \varphi(i) \Omega$) - Régime transitoire : $V = E - R I - L \frac{dI}{dt}$ <p>→ Equations mécaniques :</p> <p>Γ_{ent} : couple d'entraînement de l'arbre</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $\Gamma_e = \Gamma_{\text{entraîn}}$ ($\Gamma_e = k \varphi(i) I$) - Régime transitoire : $\Gamma_{\text{entraîn}} - \Gamma_e = J \frac{d\Omega}{dt}$

Tableau : équations de fonctionnement d'une machine à courant continu.
 R, L : résistance et inductance de l'induit ; effet de la réaction magnétique d'induit négligée.
 J : inertie de la ligne d'arbre (machine CC et charge mécanique)

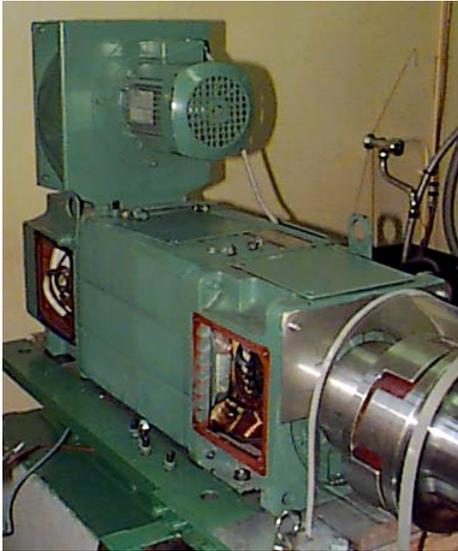
8 Fonctionnement en génératrice

Une machine à courant continu n'est pratiquement plus utilisée comme source de courant ou de tension continuus proprement dite. Il est beaucoup plus intéressant de produire courant et tension continus à partir de grandeurs alternatives qui sont ensuite redressées. Cependant, le fonctionnement en génératrice peut être un régime particulier d'un moteur électrique qui freine par exemple.

MOTEURS A COURANT CONTINU

1 Introduction

1.1 Exemples de moteurs à courant continu

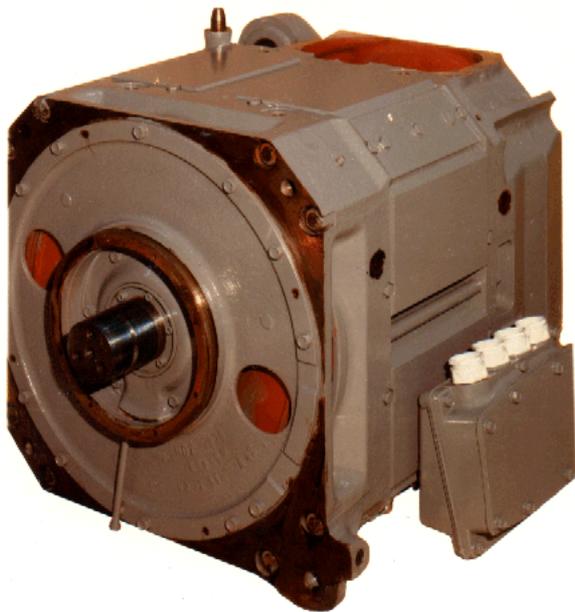


Moteur à courant continu
Leroy Somer
47,5 kW à 3100 tr/min

$V = 440 \text{ V}$; $I = 120 \text{ A}$
 $L = 2,1 \text{ mH}$; $R = 0,149 \Omega$ (115°C) ($\tau_{\text{elec}} = 14 \text{ ms}$)

Ventilation forcée : 0,4 kW, 700 m³/h
Excitation (séparée) : 0,8 kW (1,7 % P_n)
Rendement : 88,5 %
Masse totale : 212 kg
Moment d'inertie : 0,20 kg m²
Encombrement : 850 x 245 x 260 mm³
(hors ventilateur)

Figure 1 : moteur à courant continu de 47 kW à 3100 tr/min (Leroy Somer)



Moteur à courant continu
Alstom (TAB 676)
537 kW à 2780 tr/min

$V = 1087 \text{ V}$; $I = 530 \text{ A}$ ($I_{\text{dém}} = 1000 \text{ A}$ pendant quelques minutes)

$L = 7 \text{ mH}$ (avec inductance de lissage)
 $R = 0,04 \Omega$ (115°C) ($\tau_{\text{elec}} = 175 \text{ ms}$)

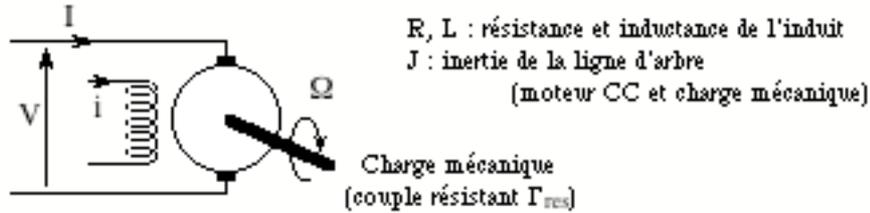
Auto ventilation : 2340 m³/h
Excitation série : 3,5 kW (0,65 % P_n)
Rendement : 95 %
Masse totale : 1515 kg
Encombrement : 830 x 670 x 670 mm³

(Photo Alstom)

Figure 2 : moteur à courant continu du TGV Paris Sud Est (Alstom)

1.2 Equations de fonctionnement d'un moteur à courant continu

Fonctionnement MOTEUR



Effet de la réaction magnétique d'induit négligée

→ Equations électriques :

- Régime permanent : $V = E + R I$ ($E = k \varphi(i) \Omega$)

- Régime transitoire : $V = E + R I + L \frac{dI}{dt}$

→ Equations mécaniques :

Γ_{res} : couple résistant sur l'arbre

- Régime permanent $\Gamma_e = \Gamma_{resistant}$ ($\Gamma_e = k \varphi(i) I$)

- Régime transitoire : $\Gamma_e - \Gamma_{resistant} = J \frac{d\Omega}{dt}$

Les grandeurs assignées (nominales) d'une machine sont V_n , I_n , i_n . Elles correspondent au fonctionnement pour lequel la machine a été calculée par le constructeur. Ce sont les grandeurs garanties par le constructeur. Ces valeurs sont indiquées sur la plaque signalétique. Pour le courant d'induit il est en général possible de dépasser la valeur nominale pour une durée limitée comme lors d'un démarrage. Ces surcharges transitoires sont données par le constructeur. Le tableau 1 donne un exemple.

Surcharge	Durée	Nombre de surcharges par	
		20 minutes	100 minutes
1,8 I_n	20 s	1	5*
1,6 I_n	1 minute	1	5*
1,2 I_n	2 minutes	1	5*
1,1 I_n	4 minutes	1	5*
1,05 I_n	10 minutes	-	1

* : non consécutive

Tableau 1 : surcharge admissible en régime établi en fonction du temps.
(Documentation Leroy Somer)

1.3 Fonctionnement stable d'un moteur

Le point de fonctionnement d'un ensemble moteur-charge est donné par :

$$\Gamma_e = \Gamma_{résistant} \text{ (relation générale : } \Gamma_e - \Gamma_{résistant} = J \frac{d\Omega}{dt} \text{)}$$

Le point de fonctionnement P est par conséquent donné par l'intersection des courbes $\Gamma_{moteur}(\Omega)$ et $\Gamma_{rés}(\Omega)$. Ce point P est stable si, à la suite d'une perturbation, le système réagit pour retrouver son régime avant la perturbation.

Le cas de la figure 3 est stable : si le groupe ralentit, le couple moteur devient supérieur au couple résistant et l'arbre accélère. Au contraire si le groupe a tendance à accélérer, le couple moteur devient inférieur au couple résistant et l'arbre ralentit.

Par contre, le cas de la figure 4 est instable : si le groupe ralentit, le couple moteur devient inférieur au couple résistant et l'arbre ralentit encore plus. Au contraire si le groupe a tendance à accélérer, le couple moteur devient supérieur au couple résistant et l'arbre accélère encore pour s'éloigner de son point de fonctionnement initial.

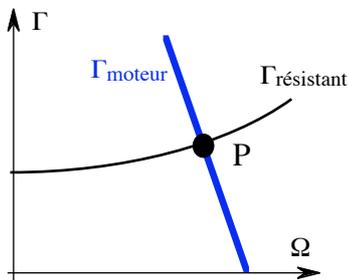


Figure 3 : point de fonctionnement stable.

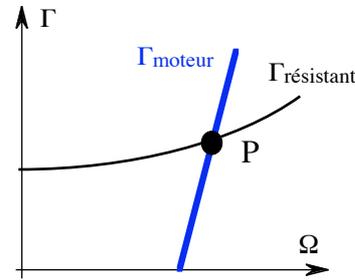


Figure 4 : point de fonctionnement instable.

La condition de stabilité d'un point de fonctionnement P est : $\left. \frac{\partial \Gamma_{mot}}{\partial \Omega} \right|_P < \left. \frac{\partial \Gamma_{rés}}{\partial \Omega} \right|_P$

Dans le cas général, le couple résistant croît avec la vitesse, donc $\left. \frac{\partial \Gamma_{rés}}{\partial \Omega} \right|_P > 0$.

Par conséquent si $\left. \frac{\partial \Gamma_{mot}}{\partial \Omega} \right|_P < 0$, le fonctionnement sera toujours stable.

La partie de la caractéristique d'un moteur pour laquelle $\left. \frac{\partial \Gamma_{mot}}{\partial \Omega} \right|_P < 0$ est dite partie stable de sa caractéristique moteur.

2 Moteur à excitation séparée

Considérons une machine à courant continu à excitation séparée alimentée par une source de tension variable.

2.1 Caractéristique mécanique $\Gamma(\Omega)$

Hypothèses : - excitation indépendante i ,
- effet de la réaction magnétique d'induit négligé.

On pose : $K = k \varphi(i)$

Dans ces conditions les équations en régime permanent s'écrivent :

$$\begin{cases} V = R I + K \Omega \\ \Gamma_e = K I = \Gamma_{rés} \end{cases}$$

$$I = \frac{V - K \Omega}{R} \qquad \Gamma_e = \frac{K V}{R} - \frac{K^2 \Omega}{R}$$

Le courant ne peut pas dépasser en régime permanent sa valeur nominale I_n (sauf cas particulier). C'est I_n qui limite donc le couple maximum développé par la machine :

$$\Gamma_e = K I_n$$

De même, la tension ne peut dépasser la valeur nominale V_n . La figure 5 donne la caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$. Le plan (Γ, Ω) est constitué de quatre quadrants. Le fonctionnement moteur (Γ et Ω positifs) représente un quadrant.

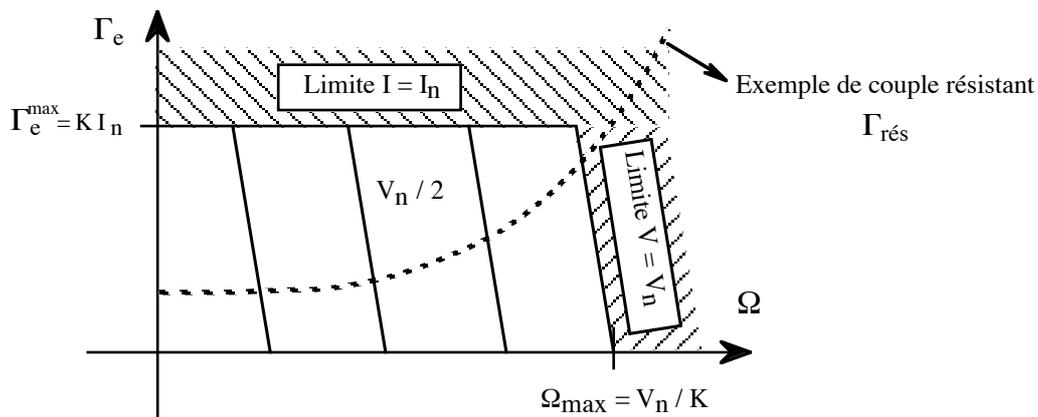


Figure 5 : caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ d'un moteur à courant continu à excitation séparée donnée.

2.2 Variation de vitesse par la tension d'induit (excitation donnée)

Dans le cas d'une machine idéale ($R \approx 0$; ce n'est pas très éloigné de la réalité pour les machines au-delà de quelques kW), la caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ est une verticale. La vitesse est fixée par la tension d'alimentation :

$$\Omega = V/K$$

Pour faire varier la vitesse d'une machine à courant continu, il suffit donc de faire varier la tension à ses bornes. De plus on reste totalement maître du couple puisque celui-ci dépend seulement des courants d'induit et d'excitation. La figure 5 indique que le couple peut être maximum par exemple sur pratiquement la totalité de la plage en vitesse ($\Omega \leq (V_n - R I_n)/K$).

Cette commande en vitesse par la tension d'induit permet par conséquent de piloter la machine en vitesse et de maîtriser entièrement le couple.

Dans une machine à courant continu à excitation fixée :
la vitesse est donnée par la tension ; le couple est donné par le courant.

Remarque : un moteur à courant continu à vide s'emballé si l'excitation disparaît (déconnexion d'un fil, fusion d'un fusible, etc. ...), en effet :

$$\Omega = \frac{V}{k \varphi(i)} \quad i = 0 \Rightarrow \varphi(i) \rightarrow 0 \Rightarrow \Omega \rightarrow \infty$$



Il est donc important de prévoir une coupure de l'alimentation de l'induit en cas de manque d'excitation.

2.3 Variation de vitesse par l'excitation (tension d'induit donnée)

Il est possible également de faire varier la vitesse d'une machine à courant continu en jouant sur son excitation. En négligeant la résistance de l'induit la relation entre la vitesse et le courant d'excitation est en effet :

$$\Omega \approx \frac{V}{k \varphi(i)} \Rightarrow \Omega \approx \frac{V}{k' i} \quad \text{machine linéaire}$$

Contrairement à la commande par la tension, ce pilotage en vitesse par le courant d'excitation ne permet pas de rester maître du couple puisque celui-ci dépend directement du courant d'excitation :

$$\Gamma = k \varphi(i) I \Rightarrow \Gamma \approx k' i I \quad \text{machine linéaire}$$

Si on veut augmenter la vitesse, il faut diminuer le courant d'excitation, mais le couple décroît alors.

Cette variation de vitesse par l'excitation n'est pas utilisable pour démarrer un moteur alimenté sous tension constante. Par contre elle est utilisée pour augmenter la vitesse à puissance constante, en général nominale. En effet lorsque la tension d'induit a atteint sa valeur nominale, il est possible d'accroître encore la vitesse en diminuant l'excitation. Le courant d'induit peut être maintenu à sa valeur nominale pour disposer du couple maximum. Celui-ci diminue néanmoins. Ce fonctionnement est à puissance constante (nominale) ; il est intéressant pour augmenter la vitesse d'un entraînement sans augmenter sa puissance, il élargit le domaine d'utilisation de la machine. La caractéristique $\Gamma(\Omega)$ est alors une hyperbole :

$$\Gamma_e = \frac{V I - R I^2}{\Omega} \quad \Gamma_e = \frac{V_n I_n - R I_n^2}{\Omega} \quad (\text{fonctionnement à puissance assignée (nominale)})$$

La figure 6 indique la caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ lorsque le courant d'induit est fixé (I_n par exemple).

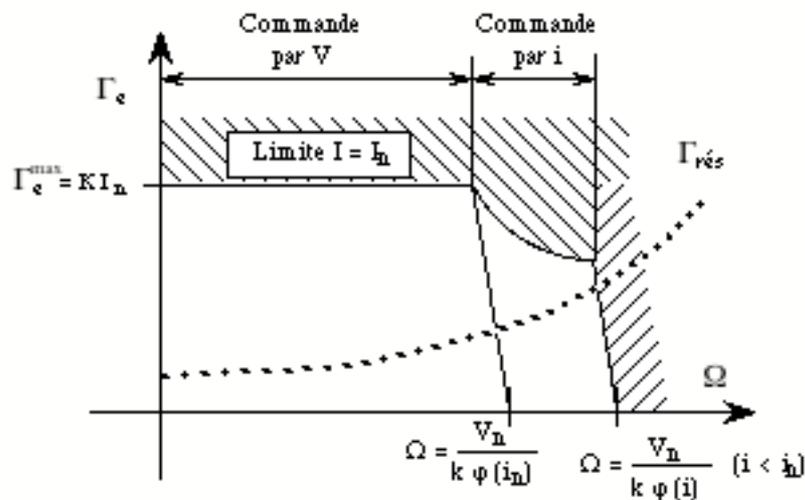


Figure 6 : caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ d'un moteur à courant continu, commande par l'induit puis par l'inducteur.

Bien entendu, cette commande par l'excitation n'est pas possible avec une machine à aimants permanents.

2.4 Fonctionnement général dans les quatre quadrants

La machine à courant continu étant totalement réversible, il peut être intéressant de la faire fonctionner dans les quatre quadrants du plan Γ (Ω). Si cela ne pose aucun problème pour la machine, l'alimentation devra permettre par contre ce fonctionnement en étant elle-même réversible en courant ou en tension.

Si l'alimentation le permet, la tension et le courant peuvent être négatifs (et limités toujours à $-I_n$ et $-V_n$). Si la tension est positive, un courant négatif signifie un couple négatif, soit un couple de freinage et donc un fonctionnement comme génératrice. Une tension négative correspond à une vitesse négative. Dans ces conditions, la caractéristique 4 quadrants est donnée par la figure 7.

Si l'alimentation n'est pas réversible, seul le fonctionnement dans le quadrant 1 est possible. Pour une alimentation réversible en tension (ou bien en courant) les quadrants 4 (2) sont accessibles.

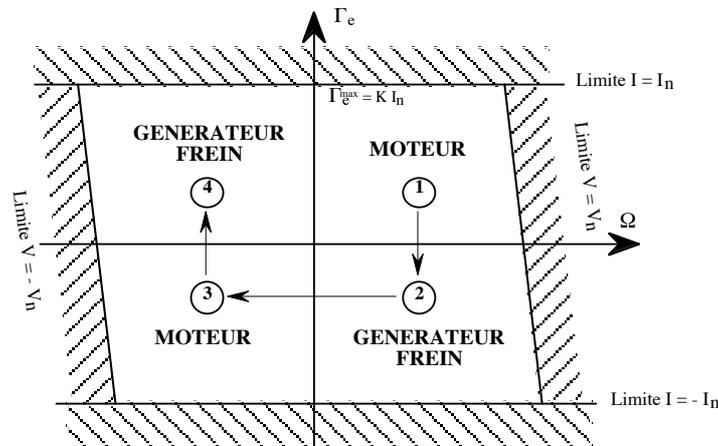


Figure 7 : caractéristiques limites d'un moteur à courant continu à excitation séparée donnée dans le plan (Γ , Ω).
(Alimentation 4 quadrants permettant courant et tension négatifs)

Ces différents fonctionnements peuvent être illustrés par une locomotive électrique qui monte puis descend en freinant électriquement (figure 8).

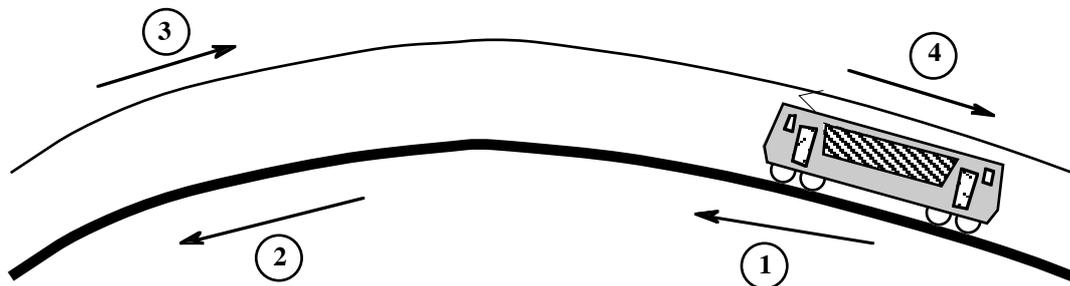


Figure 8 : locomotive électrique évoluant dans les 4 quadrants.

- Remarques :
- si l'alimentation ne permet pas l'inversion de la tension et du courant, il est possible d'inverser la vitesse en inversant les connexions de l'induit ou bien celles de l'inducteur,
 - si l'alimentation n'est pas réversible en courant, il est possible de freiner en reliant l'induit à des résistances (freinage rhéostatique).

3 Machine série

3.1 Moteur à courant continu série

L'induit et l'inducteur d'une machine à courant continu série sont parcourus par le même courant I . Les expressions de la f.c.e.m. et du couple électromagnétique sont par conséquent :

$$\begin{cases} E = k \varphi(I) \Omega \\ \Gamma_e = k \varphi(I) I \end{cases} \quad \begin{array}{c} \text{Machine} \\ \text{linéaire} \\ \Rightarrow \end{array} \quad \begin{cases} E = k' I \Omega \\ \Gamma_e = k' I^2 \end{cases}$$

En tenant compte de la saturation du circuit magnétique, le couple croît comme le carré du courant puis devient proportionnel au courant pour de grandes valeurs du courant (Fig. 9).

Alimenté sous tension donnée, la caractéristique mécanique du moteur CC série linéaire est :

$$\Gamma_e = \frac{k'}{(R + k' \Omega)^2} V^2 \quad R : \text{résistance totale (induit et inducteur)}.$$

La figure 10 représente cette caractéristique avec les limitations habituelles, outre celle liée à la vitesse qui est d'origine mécanique. Elle indique que le couple est très élevé au démarrage et que le moteur série peut s'emballer à vide si le couple résistant n'est pas suffisant.

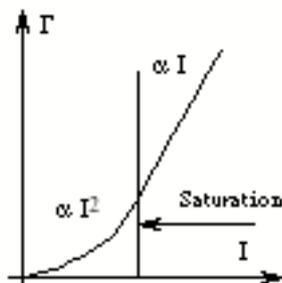


Figure 9 : caractéristique $\Gamma(I)$ d'un moteur CC série.

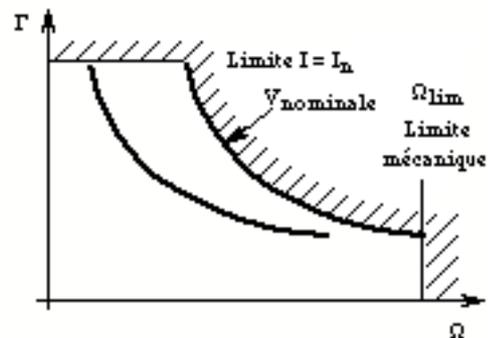


Figure 10 : caractéristique $\Gamma(\Omega)$ d'un moteur CC série.

Le moteur à courant continu série est le moteur de traction par excellence. Ses avantages sont :

- une seule alimentation,
- un couple de démarrage très élevé,
- une très grande stabilité ($\partial\Gamma/\partial\Omega$ très négatif),
- un bon comportement du moteur grâce au lissage du courant par l'inducteur,
- une construction robuste, notamment l'inducteur (conducteur de section importante).

3.2 Moteur universel

Le couple dans une machine à courant continu série étant proportionnel au carré du courant (machine linéaire), le couple sera non nul si le courant est sinusoïdal. Le moteur série peut être donc alimenté par des grandeurs alternatives, d'où son nom de moteur universel. Cependant la commutation qui pose déjà des problèmes lorsque le moteur est alimenté en courant continu, devient extrêmement délicate et limite l'emploi de ce moteur. De plus le couple comprend une forte composante pulsatoire (à deux fois la fréquence) d'où des vibrations et du bruit. Enfin le facteur de puissance du moteur universel n'est pas très bon.

Le circuit magnétique du stator devra être, comme celui du rotor, feuilleté pour réduire les pertes fer. Par ailleurs il ne faut oublier la chute de tension inductive au stator en alternatif ($L \, dI/dt$, L : inductance de l'induit et de l'inducteur).

Une option a été d'alimenter ce moteur à des fréquences inférieures (16,67 ou 25 Hz) aux fréquences industrielles. Les problèmes de commutations sont alors moins difficiles. Cela explique la traction ferroviaire électrique en Suisse et en Allemagne à 16,67 Hz.

4 Exemple de fonctionnement à vitesse variable, démarrage

4.1 Constantes de temps

→ Constante de temps électrique

Elle est donnée par $\tau_{\text{élec}} = L/R$. Suivant les machines (puissance, taille, ...), la constante de temps électrique vaut entre quelques ms et quelques dixièmes de seconde. Le courant s'établit par conséquent rapidement, après quelques $\tau_{\text{élec}}$. Le régime transitoire électrique dure en général peu.

→ Constante de temps mécanique

Elle est donnée par l'inertie de l'arbre machine, ses pertes mécaniques et la charge. Suivant les machines (puissance, taille), la constante de temps mécanique vaut entre quelques centièmes de seconde et quelques minutes. La vitesse ne s'établit pas instantanément, seulement après quelques $\tau_{\text{mécan}}$. Le régime transitoire mécanique est en général long, surtout en comparaison avec le régime transitoire électrique.

La différence importante en général entre les constantes de temps électrique et mécaniques permet de dissocier les phénomènes électriques (rapides) de ceux mécaniques (lents). Ce n'est cependant pas toujours vrai. Dans certains cas, la constante de temps électrique peut être du même ordre de grandeur que la constante de temps mécanique, voire plus élevée. Il n'est alors plus possible de dissocier les phénomènes électriques et mécaniques. Dans la suite nous considérerons $\tau_{\text{élec}} \ll \tau_{\text{méc}}$.

4.2 Démarrage

On a toujours intérêt à démarrer au couple maximum, c'est à dire avec l'excitation maximale, souvent la valeur nominale.

Démarrage : $\Omega = 0$; $E = 0$.

Si la pleine tension V_o est appliquée directement au moteur, l'équation est : $V_o = R I + L \frac{dI}{dt} + E$

Compte tenu de la différence des constantes de temps électrique et mécanique, le courant va s'établir bien avant que la machine ne prenne de la vitesse et nous pourrions considérer le f.c.e.m E nulle pendant le régime transitoire électrique. L'expression du courant est dans ces conditions :

$$I = \frac{V_o}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{élec}}}} \right) \qquad \tau_{\text{élec}} = \frac{L}{R}$$

Très rapidement, le courant va prendre des valeurs extrêmement élevées. Par exemple, pour le moteur de la figure 1, le courant vaudra 2800 A au bout de 42 ms, soit 23 fois la valeur nominale ! Cette mise en route est donc à proscrire absolument.

Supposons néanmoins que la machine supporte cette surintensité ou que celle-ci soit plus faible (résistance plus importante par exemple) et étudions l'évolution temporelle des grandeurs vitesse et courant pour un moteur à excitation séparée constante ($K = k \varphi(i)$). Pour cela nous allons maintenant négliger le régime transitoire électrique. Cela revient donc à négliger le terme $L \, dI/dt$ dans l'équation électrique. Le système à résoudre se réduit par conséquent à :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = K I - \Gamma_{rés} \quad \& \quad V_o = R I + K \Omega$$

Pour mener quelques calculs, le couple résistant sera supposé être de la forme : $\Gamma_{rés} = a \Omega$

Dans ces conditions, l'équation mécanique devient : $J \frac{d\Omega}{dt} + \left[a + \frac{K^2}{R} \right] \Omega = \frac{K V_o}{R}$

Compte tenu des conditions initiales ($\Omega = 0$ à $t = 0$), l'évolution temporelle de la vitesse est donnée par :

$$\Omega = \Omega_{fin} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{mécan}}} \right) \quad \tau_{mécan} = \frac{J}{a + \frac{K^2}{R}} \quad \Omega_{fin} = \frac{V_o}{K + a \frac{R}{K}} \quad \left(\Omega_{fin} \approx \frac{V_o}{K} \right)$$

On en déduit par conséquent l'évolution temporelle du courant :

$$I = \frac{V_o - K \Omega}{R} = \frac{V_o - K \Omega_{fin}}{R} + \frac{K \Omega_{fin}}{R} e^{-\frac{t}{\tau_{mécan}}} = I_{fin} + \frac{K \Omega_{fin}}{R} e^{-\frac{t}{\tau_{mécan}}}$$

$$I_{fin} = \frac{a}{K^2 + R a} V_o \quad \left(I_{fin} \approx \frac{a}{K^2} V_o \right)$$

Les évolutions de la vitesse et du courant sont données par la figure 11 avec un agrandissement aux premiers instants.

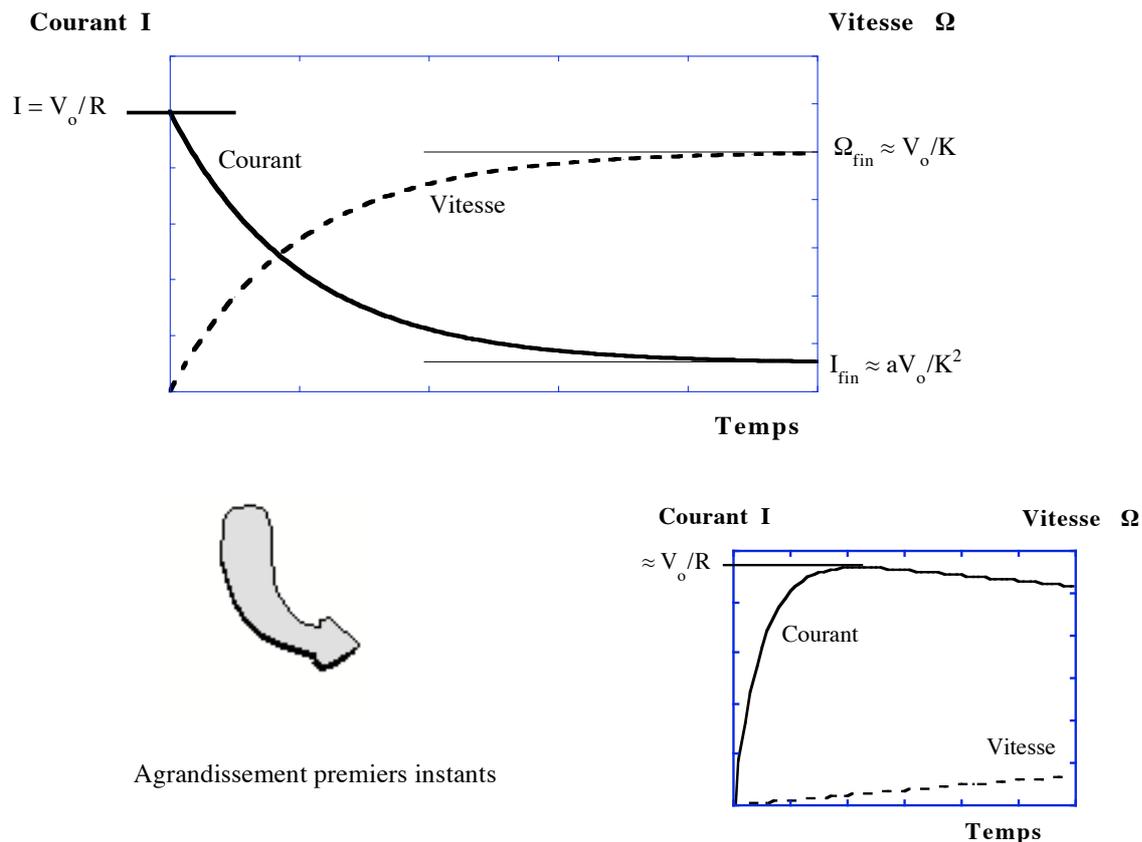


Figure 11 : courant et vitesse au cours d'un démarrage sans limitation de courant.

En général le courant est beaucoup trop important au démarrage quand le moteur est alimenté directement sous tension nominale. Il faut par conséquent prévoir de faire chuter la tension aux bornes du moteur.

Si on ne dispose pas d'une alimentation variable en tension, il faut faire chuter la tension dans une résistance extérieure que l'on diminue au fur et à mesure que la vitesse s'établit. Cette résistance (rhéostat de démarrage) est supprimée lorsque le régime permanent mécanique est atteint. C'est une solution très éprouvée mais peu satisfaisante d'un point de vue énergétique.

Il est beaucoup plus intéressant d'augmenter progressivement la tension aux bornes du moteur au fur et à mesure que celui-ci prend de la vitesse. Très souvent l'alimentation comprend une limitation interne de courant, il suffit alors de mettre la consigne de tension et de régler le courant maximum de la source en accord avec le courant maximum de la machine (I_n ou au-dessus, $1,5 I_n$ par exemple).

Étudions les différents régimes correspondant à ce démarrage pour une machine à excitation séparée constante ($K = k \varphi(i)$) en négligeant cette fois le couple résistant et en supposant $\tau_{\text{elec}} \ll \tau_{\text{mec}}$ pour pouvoir dissocier les phénomènes électrique et mécanique.

Au début si on néglige le régime transitoire électrique, le courant vaut I_{lim} , fixé par l'alimentation jusqu'à ce que la tension atteigne la valeur de consigne V_o (temps t_1). Les équations sont :

$$t \leq t_1 \quad \begin{cases} J \frac{d\Omega}{dt} = K I_{\text{lim}} \quad (\Gamma_{\text{rés}} = 0) \\ V = R I_{\text{lim}} + K \Omega \quad (V \leq V_o) \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega = \frac{K I_{\text{lim}}}{J} t \\ V = R I_{\text{lim}} + \frac{K^2 I_{\text{lim}}}{J} t \end{cases}$$

Cette première phase s'achève à $t = t_1$ lorsque la tension atteint la valeur de consigne V_o soit :

$$V = V_o = R I_{\text{lim}} + \frac{K^2 I_{\text{lim}}}{J} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_o - R I_{\text{lim}}}{\frac{K^2 I_{\text{lim}}}{J}} \quad \Omega_1 = \Omega_1 = \frac{K I_{\text{lim}}}{J} t_1 = \frac{V_o - R I_{\text{lim}}}{K}$$

Après t_1 , l'alimentation devient une source de tension et les équations sont alors :

$$t \geq t_1 \quad \begin{cases} J \frac{d\Omega}{dt} = K I \\ V_o = R I + K \Omega \end{cases} \quad \begin{cases} J \frac{d\Omega}{dt} + \frac{K^2}{R} \Omega = \frac{K V_o}{R} \\ I = \frac{V_o - K \Omega}{R} \end{cases}$$

$$t \geq t_1 \quad \Omega = \Omega_{\text{fin}} + [\Omega_1 - \Omega_{\text{fin}}] e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad ; \quad I = I_{\text{lim}} e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad \begin{cases} \tau = \frac{R J}{K^2} \\ \Omega_{\text{fin}} = \frac{V_o}{K} \end{cases}$$

Les évolutions temporelles de la vitesse et du courant sont données par la figure 12.

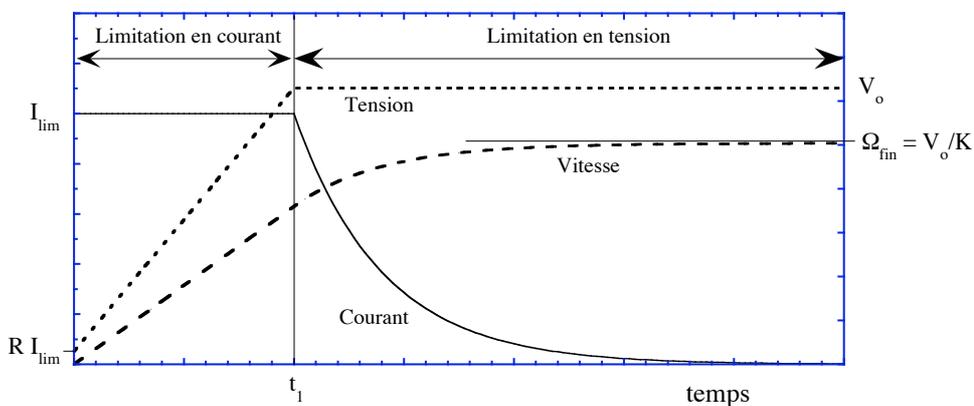
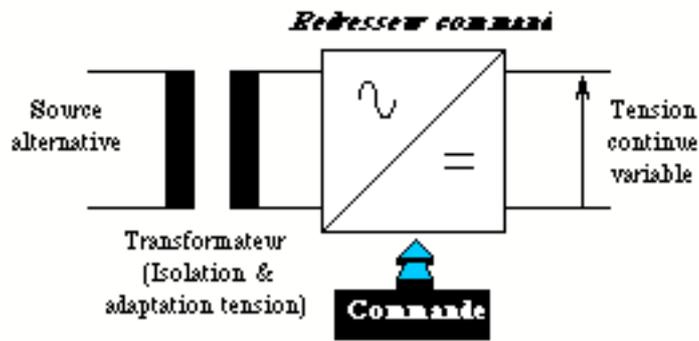


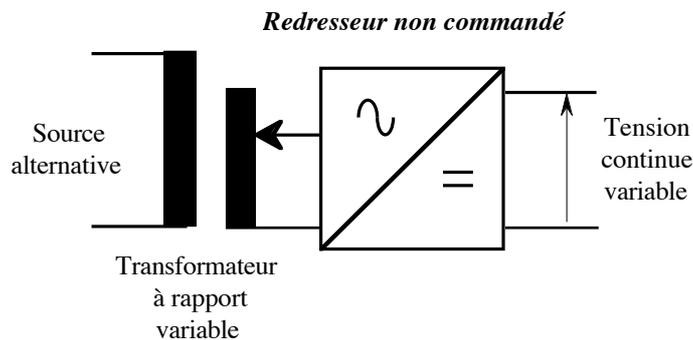
Figure 12 : courant, vitesse et tension au cours d'un démarrage avec limitation de courant.

5 Quelques réalisations de tension variable

5.1 A partir d'une source alternative

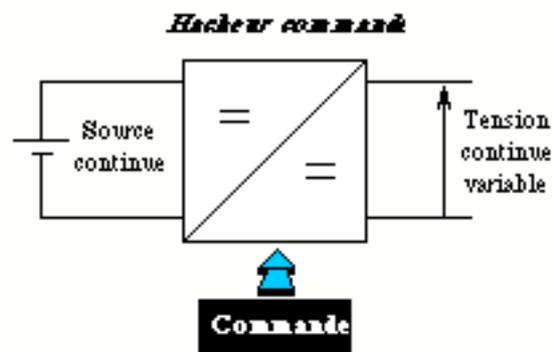


→ Solution "historique" et baies de puissance en salles de T.P. comme exemple.



5.2 A partir d'une source continue

Transformateur DC : hacheur.



6 Résumé

Le moteur à courant continu est le moteur à vitesse variable historique. Son pilotage en vitesse est extrêmement simple puisque la vitesse est pratiquement proportionnelle à la tension d'alimentation. Il est aussi possible de jouer sur le courant inducteur pour modifier la vitesse, mais ce mode de pilotage est moins souple que la commande par la tension d'induit. Le couple dépend en effet du courant inducteur et est indépendant de la tension. Le couple donne le courant de l'induit.

Si le pilotage en vitesse d'un moteur à courant continu reste très simple, sa construction est délicate et c'est une machine complexe avec notamment un collecteur fragile qui exige un entretien régulier. Ce collecteur est un onduleur mécanique qui inverse le courant dans les conducteurs de l'induit. La machine à courant continu est limitée en puissance et en tension. C'est pourquoi son domaine d'utilisation se réduit constamment au profit d'autres entraînements à vitesse variable basés sur des machines alternatives. Le développement de l'électronique de puissance a permis leur pilotage performant en vitesse

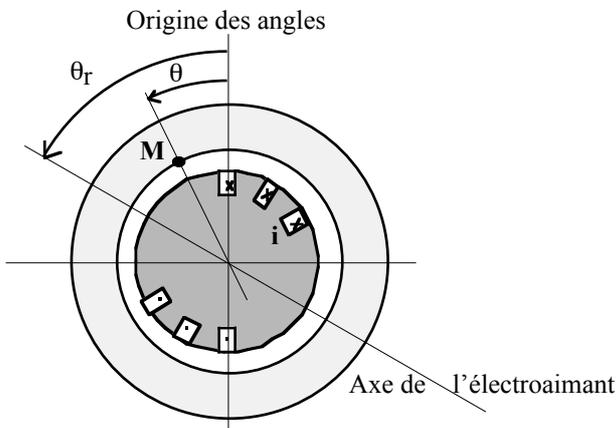
CHAMPS TOURNANTS

1 Définitions

- Champ constant : champ dont le module est indépendant du temps.
- Champ fixe : champ dont l'axe a une direction indépendante du temps.
- Champ tournant : champ dont l'axe tourne en fonction du temps.
- Champ alternatif : champ dont le module a une variation temporelle alternative.

2 Champ tournant à partir d'un bobinage tournant

◆ Cas dipolaire (2 pôles)



R : rayon au niveau de l'entrefer (en M).

Figure 1 : dispositif pour créer un champ tournant.

Hypothèse : la répartition de l'induction créée par l'électro-aimant est sinusoïdale au niveau de l'entrefer, au point M, en $r = R$. Ceci est obtenu par une répartition adaptée des encoches et des Ampères-tours de l'électro-aimant. Seul le fondamental peut être considéré aussi. L'induction est purement radiale au niveau des enroulements (circuit magnétique infiniment perméable).

$$\vec{b}(R) = b(\theta) \vec{u}_r \quad \begin{cases} \theta_r : \text{angle de l'axe de l'électroaimant} \\ \theta : \text{angle au niveau des enroulements (point } M(\theta) \text{ sur la figure 1)} \\ B_m : \text{induction maximale créée par l'électroaimant} \end{cases}$$

$$b(\theta) = B_m \cos(\theta_r - \theta)$$

Si le circuit magnétique n'est pas saturé : $B_m = k i$ (i : courant de l'électroaimant).

k est un coefficient fonction de la géométrie et du nombre de spires de l'électro-aimant.

L'électro-aimant est entraîné à une vitesse Ω : $\theta_r = \Omega t + \theta_0$ $\begin{cases} t : \text{temps} \\ \theta_0 : \text{angle à } t = 0 \end{cases}$

$b(\theta) = B_m \cos(\Omega t + \theta_0 - \theta) : \text{induction tournante à } \Omega$

◆ Cas multipolaire (2p pôles)

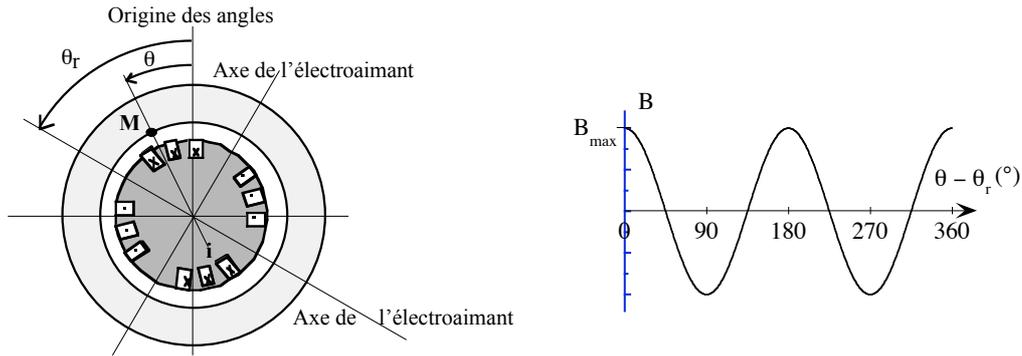


Figure 2 : dispositif pour créer un champ tournant quadripolaire.

Comme dans le cas dipolaire, nous avons $\vec{b}(R) = b(\theta) \vec{u}_r$ mais $b(\theta) = B_m \cos 2(\theta_r - \theta)$.

Si l'électro-aimant est entraîné à une vitesse Ω :

$$b(\theta) = B_m \cos(2 \Omega t + 2 \theta_o - 2 \theta) : \text{induction tournante à } \Omega$$

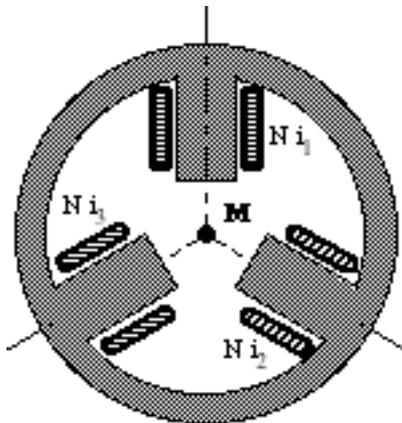
Si l'électro-aimant tournant possède 2p pôles, l'induction devient :

$$b(\theta) = B_m \cos(p \Omega t + p \theta_o - p \theta) : \text{induction tournante à } \Omega$$

3 Champ tournant à partir de bobinages fixes

3.1 Etude qualitative

Considérons la structure de la figure 3. Les trois enroulements sont identiques (même nombre de spire et même géométrie) mais décalés de $2\pi/3$.



Au centre, en M, l'induction est :

$$\vec{b}(M) = \vec{b}_1(M) + \vec{b}_2(M) + \vec{b}_3(M)$$

- Circuit linéaire :
- $b_1(M) = K i_1$
 - $b_2(M) = K i_2$ *même K*
 - $b_3(M) = K i_3$

Figure 3 : structure de principe pour créer un champ magnétique tournant.

Les trois bobinages sont alimentés par un système triphasé équilibré de courant :

$$\begin{cases} i_1 = I_m \cos \omega t \\ i_2 = I_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ i_3 = I_m \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases}$$

La figure 4 donne l'évolution temporelle de l'induction au centre (point M) : il s'agit d'une induction d'amplitude constante ($3/2 K I_m$) et dont l'axe tourne à la vitesse ω .

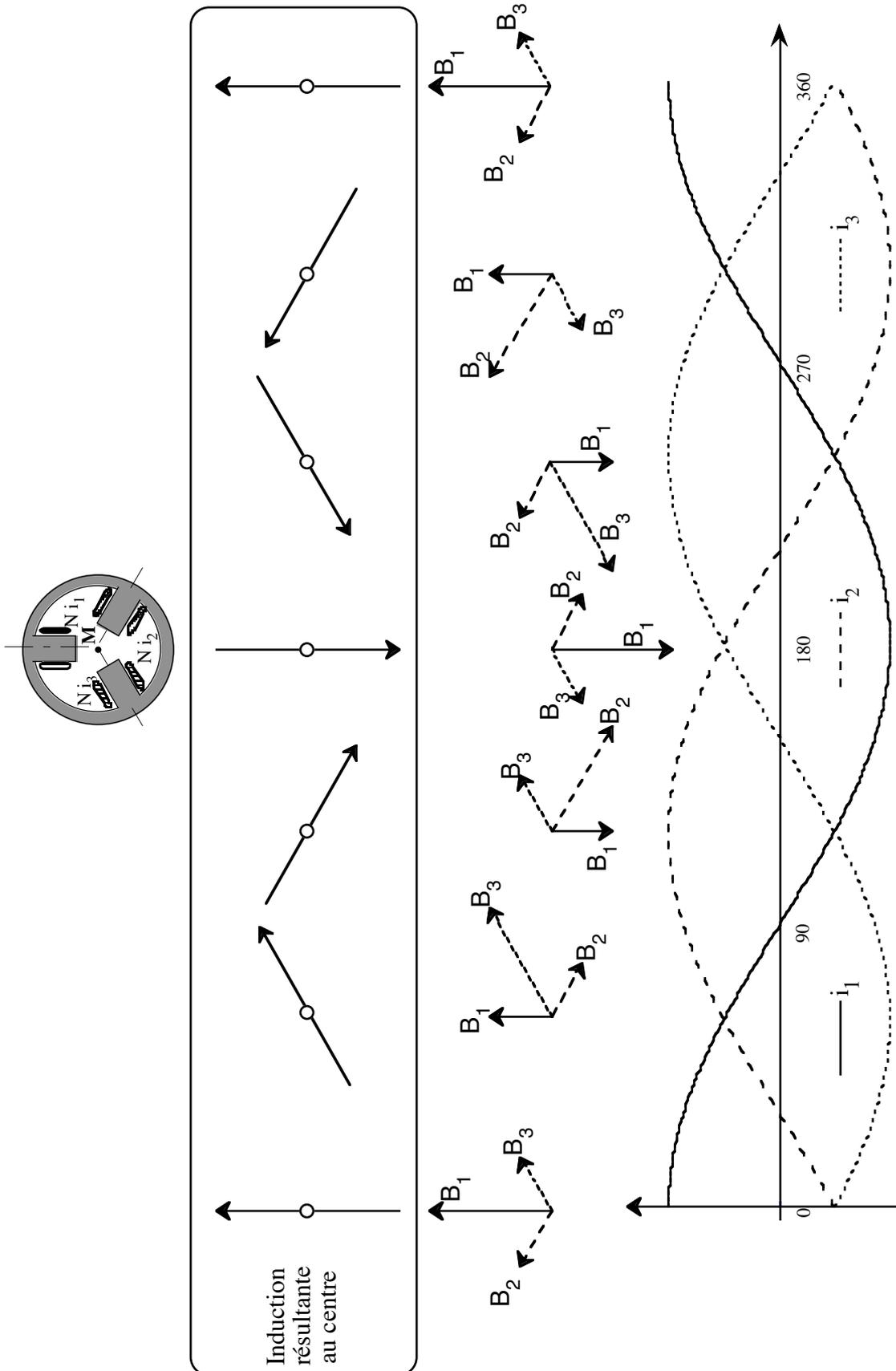


Figure 4 : évolution temporelle des inductions des trois enroulements et de l'induction résultante.

3.2 Etude quantitative

3.2.1 Champ créé par un courant dans l'entrefer d'une machine

Considérons la structure de la figure 5 avec une encoche par pôle et un enroulement diamétral (ouverture π). Etudions l'induction magnétique créée par cet enroulement dans l'entrefer. On considère que l'origine des phases est confondue avec l'axe de l'enroulement.

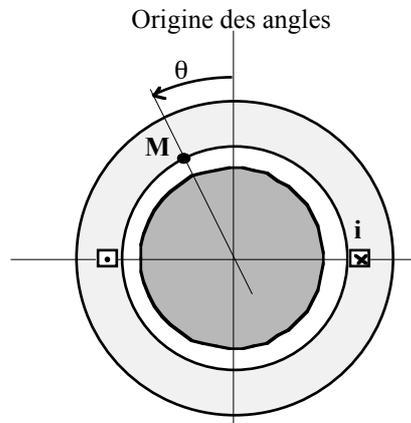


Figure 5 : système avec un enroulement diamétral inséré dans un circuit magnétique.

On pourrait montrer (cf. annexe 1) que l'induction magnétique dans l'entrefer en un point M s'exprime :

$$B(\theta) \approx B_{\max} \cos \theta \quad \text{avec : } B_m = K i \text{ (circuit magnétique linéaire)}$$

$$B(\theta) \approx K i \cos \theta$$

K est un coefficient qui dépend de la géométrie de la machine et du nombre de spires de l'enroulement.

En réalité avec l'enroulement de la figure 5, l'induction n'est pas sinusoïdale (cf. annexe 1). Cependant, soit on ne considère que le fondamental, soit on améliore l'enroulement (distribution sur plusieurs encoches, ...) pour rendre l'induction plus sinusoïdale.

3.2.2 Champ créé par un système triphasé équilibré de courant dans l'entrefer

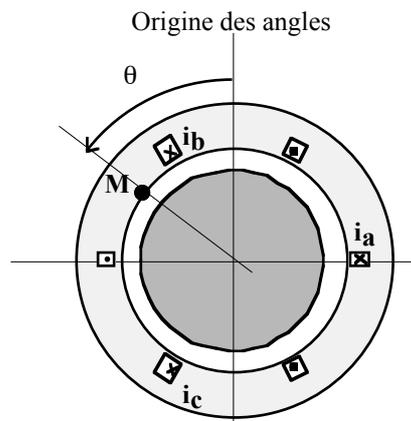


Figure 6 : dispositif avec un système triphasé d'enroulements diamétraux insérés dans un circuit magnétique.

Les trois enroulements sont alimentés par un système triphasé équilibré de courant :

$$\begin{cases} i_a = I\sqrt{2} \cos \omega t \\ i_b = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$B_{totale}(M) = B_{totale}(\theta) = B_a(\theta) + B_b(\theta) + B_c(\theta)$$

$$B_{totale}(\theta) = K i_a \cos \theta + K i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + K i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$B_{totale}(\theta) = K I \sqrt{2} \left[\cos \omega t \cos \theta + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$B_{totale}(\theta) = \frac{3}{2} K I \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta) : \text{induction tournante constante à la vitesse } \omega$$

Il est donc possible de créer une induction ou un champ tournant à partir de trois enroulements fixes décalés de $2\pi/3$ et parcourus par des courants triphasés équilibrés.

Cas multipolaire :

Si les enroulements ne sont plus dipolaires mais avec $2p$ pôles, l'ouverture des spires (diamétrales) est de π/p et l'induction s'exprime alors en supposant sa répartition spatiale sinusoïdale :

$$B(\theta) \approx K i \cos p\theta$$

Avec le même raisonnement que dans le cas dipolaire, l'induction résultante d'un enroulement triphasé avec p paires de pôles, alimenté par un système triphasé équilibré de courant, crée une induction d'amplitude constante tournante à la vitesse égale à la pulsation des courants divisée par le nombre de paires de pôle, c'est le théorème de Ferraris :

$$B_{totale}(\theta) = \frac{3}{2} K I \sqrt{2} \cos(\omega t - p\theta) : \text{induction tournante constante à la vitesse } \frac{\omega}{p}$$

4 Champ fixe sinusoïdal

Une induction magnétique fixe sinusoïdale est la somme de deux inductions tournantes de même amplitude, mais tournantes en sens inverse, c'est le théorème de Leblanc.

$$B(\theta) = K i \cos(p\theta) = K I \sqrt{2} \cos(\omega t) \cos(p\theta) = \frac{K I \sqrt{2}}{2} [\cos(\omega t + p\theta) + \cos(\omega t - p\theta)]$$

1 Equations électriques : loi de Lenz

La tension aux bornes de tout enroulement/bobinage a d'une machine électrique est donnée par la loi de Lenz. Elle s'écrit en convention récepteur :

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_a i_a + N_a \frac{d\varphi_a}{dt}$$

où i_a est le courant qui circule dans l'enroulement a.

R_a est la résistance de l'enroulement, et N_a son nombre total de spires en série.

ϕ_a est le flux total à travers de l'enroulement et φ_a le flux moyen par spire dans les N_a spires en série de l'enroulement :

$$\phi_a = \sum_{n=1}^{N_a} \varphi_{an} \quad ; \quad \varphi_a = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} \varphi_{an} = \frac{\phi_a}{N_a} \quad \left(\varphi_{an} = \iint_{S_{an}} \vec{b} \cdot \vec{n} \, dS \right)$$

En considérant le système linéaire, le flux total ϕ_a s'exprime :

$$\phi_a = L_a i_a + \sum_{k=1}^K m_{ak} i_k$$

L_a est l'inductance propre de l'enroulement a.

m_{ak} est l'inductance mutuelle entre l'enroulement a et l'enroulement k couplé magnétiquement à l'enroulement a.

Remarque : l'inductance mutuelle est exprimée en minuscule car elle dépend en général du temps, les majuscules étant réservé aux valeurs maximales.

i_k est le courant qui circule dans l'enroulement k.

L'inductance propre L_a peut dépendre de la position du rotor, donc du temps dès que le rotor tourne (il faudrait alors prendre comme notation l_a). Nous ne considérerons cependant que des machines à pôles lisses ; les inductances propres des enroulements seront donc constantes.

La **Figure 1** représente deux enroulements 1 et 2 déphasés d'un angle θ .

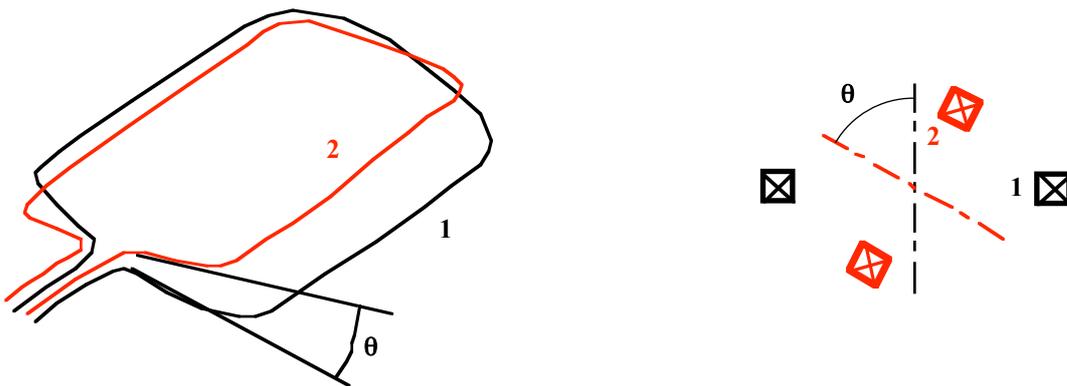


Figure 1 : deux enroulements déphasés d'un angle θ .

Lorsque les deux enroulements 1 & 2 sont en phase (**Figure 2**, à gauche), le flux créé par l'un est maximum (en module) dans l'autre, l'inductance mutuelle est donc aussi maximale en amplitude. Par contre lorsqu'ils sont en quadrature (**Figure 2**, à droite), le flux créé par un enroulement ne crée aucun flux dans l'autre enroulement puisque l'induction est perpendiculaire à la surface de la spire. L'inductance mutuelle est dans ce cas nulle.



Figure 2 : positions extrêmes des deux enroulements 1 & 2 : en phase et en quadrature. Lignes de champ créées par l'enroulement 1.

Les deux valeurs extrêmes de l'inductance mutuelle sont par conséquent :

$$|m_{12}(\theta = 0)| = M_{\max} \quad ; \quad |m_{12}(\theta = \frac{\pi}{2})| = 0$$

Avec une bonne approximation, il est possible de considérer que la variation est sinusoïdale. Dans les machines électriques, les enroulements seront conçus pour que la variation soit la plus sinusoïdale possible. L'expression de l'inductance mutuelle est par conséquent :

$$m_{12}(\theta) = \pm M_{\max} \cos \theta$$

Le signe \pm provient du fait que les deux enroulements peuvent être bobiné dans le même sens (signe +) ou en sens inverse (signe -).

La **Figure 3** représente deux enroulements d'une machine électrique. Dans la réalité, les enroulements sont répartis dans plusieurs encoches. L'enroulement a est sur la partie fixe, le stator, tandis que l'enroulement f est sur la partie tournante, le rotor.

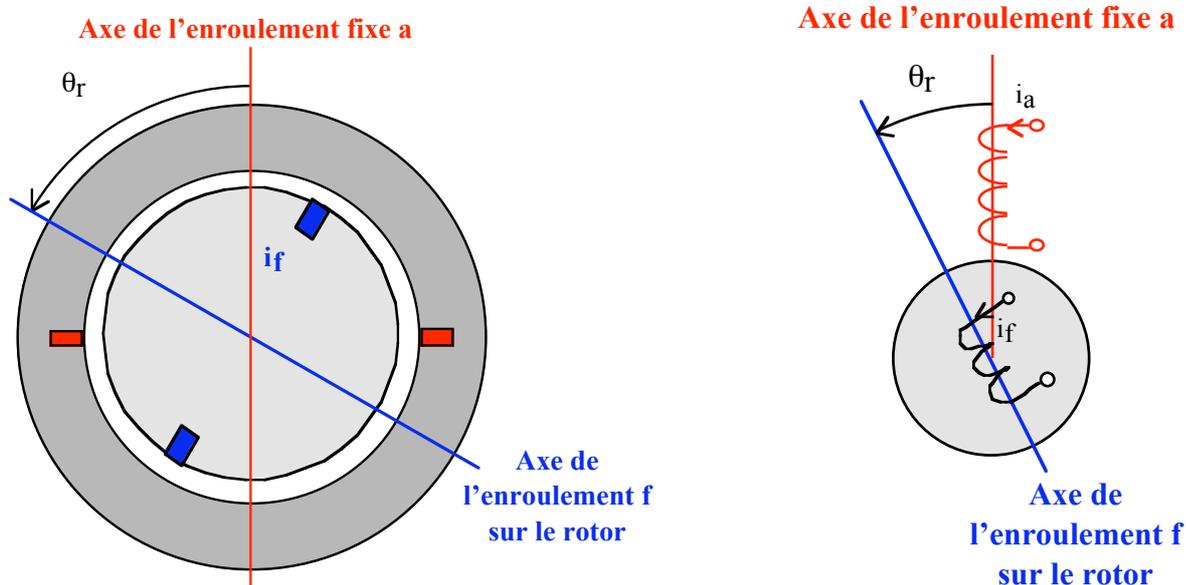


Figure 3 : exemple d'enroulements dans une machine électrique, représentation schématique.

L'inductance mutuelle entre les deux enroulements a et f s'exprime en première approximation, ou en ne considérant que le fondamental :

$$m_{af}(\theta) = M_{af} \cos \theta_r$$

Les deux enroulements sont supposés bobinés dans le même sens pour $\theta_r = 0$.

2 Vecteur « tournant »

L'étude des machines alternatives par vecteur « tournant » est très utilisée, notamment pour leur commande.

2.1 Vecteur « tournant » d'un système triphasé

$x_a(t), x_b(t), x_c(t)$: système triphasé en valeurs instantanées

On associe à ce système triphasé un nombre complexe appelé vecteur du système ou vecteur « tournant » et exprimé par :

$$\bar{x}(t) = k \left(x_a(t) + a x_b(t) + a^2 x_c(t) \right)$$

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} ; a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} ; a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} ; 1 + a + a^2 = 0 ; a^3 = 1$$

$$\bar{x}(t) = k \left(\left[x_a(t) - \frac{1}{2} x_b(t) - \frac{1}{2} x_c(t) \right] + j \left[\frac{\sqrt{3}}{2} x_b(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} x_c(t) \right] \right)$$

k est un scalaire choisi arbitrairement en fonction des grandeurs que l'on souhaite conserver (puissance, amplitude, ...).

Le vecteur d'un système triphasé permet de représenter ce système par un seul vecteur soit deux composantes réelles (parties réelle et imaginaire). De l'information est perdue, sauf qu'en général : $x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) = 0$

Le système triphasé est transformé en un système diphasé. Ces deux composantes ($x_\alpha(t)$ et $x_\beta(t)$) s'expriment donc :

$$\bar{x}(t) = x_\alpha(t) + j x_\beta(t) \quad \left[x_\alpha(t) = \text{Re}(\bar{x}(t)) \quad \& \quad x_\beta(t) = \text{Im}(\bar{x}(t)) \right]$$

$$x_\alpha(t) = k \left[x_a(t) - \frac{1}{2} x_b(t) - \frac{1}{2} x_c(t) \right] ; x_\beta(t) = k \left[\frac{\sqrt{3}}{2} x_b(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} x_c(t) \right]$$

Les courants et tensions triphasés s'expriment par exemple :

$$\bar{v}(t) = k \left(v_a(t) + a v_b(t) + a^2 v_c(t) \right) = v_\alpha(t) + j v_\beta(t)$$

$$\bar{i}(t) = k \left(i_a(t) + a i_b(t) + a^2 i_c(t) \right) = i_\alpha(t) + j i_\beta(t)$$

Inversement, il est possible d'exprimer $x_a(t), x_b(t), x_c(t)$ à partir de $x_\alpha(t), x_\beta(t)$ si $x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) = 0$. Si cette somme n'est pas nulle, il faut introduire une troisième équation.

$$\begin{cases} x_a(t) = \frac{2}{3k} x_\alpha(t) \\ x_b(t) = \frac{2}{3k} \left[-\frac{1}{2} x_\alpha(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} x_\beta(t) \right] \\ x_c(t) = \frac{2}{3k} \left[-\frac{1}{2} x_\alpha(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} x_\beta(t) \right] \end{cases} \quad (x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) = 0)$$

2.2 Puissance

Puissance instantanée d'un système triphasé :

$$p(t) = v_a(t) i_a(t) + v_b(t) i_b(t) + v_c(t) i_c(t)$$

$$\frac{\bar{v}(t) \bar{i}^*(t)}{k^2} = (v_a(t) + a v_b(t) + a^2 v_c(t)) (i_a(t) + a^2 i_b(t) + a i_c(t)) \quad [a^* = a^{-1} = a^2 \quad ; \quad a^{2*} = a^{-2} = a]$$

$$\frac{\bar{v} \bar{i}^*}{k^2} = v_a(t) i_a(t) + v_b(t) i_b(t) + v_c(t) i_c(t)$$

$$+ v_a(t) (a^2 i_b(t) + a i_c(t)) + v_b(t) (a i_a(t) + a^2 i_c(t)) + v_c(t) (a^2 i_a(t) + a i_b(t))$$

$$\operatorname{Re} \left[\frac{\bar{v} \bar{i}^*}{k^2} \right] = p(t) - \frac{1}{2} [v_a(t) (i_b(t) + i_c(t)) + v_b(t) (i_a(t) + i_c(t)) + v_c(t) (i_a(t) + i_b(t))]$$

Si $i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0$ (équilibré ou absence de neutre), l'expression de la puissance instantanée est :

$$p(t) = \frac{2}{3 k^2} \operatorname{Re} \left[\bar{v}(t) \bar{i}^*(t) \right]$$

si $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$: $\operatorname{Re} \left[\bar{v} \bar{i}^* \right] = p(t)$, la puissance se conserve.

2.3 Valeur de k

Les valeurs du scalaire k dépendent de la grandeur qu'on souhaite conserver :

- Conservation de la valeur efficace : $k = \frac{\sqrt{2}}{3}$
- Conservation de la valeur maximale : $k = \frac{2}{3}$
- Conservation de la puissance : $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$

A priori nous considérerons le scalaire k qui conserve la puissance ($k = \sqrt{2/3}$).

2.4 Cas triphasé équilibré

Supposons que le système triphasé soit équilibré direct :

$$x_a(t) = X\sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_o) = X\sqrt{2} \left[\frac{e^{j(\omega t + \theta_o)} + e^{-j(\omega t + \theta_o)}}{2} \right]$$

$$x_b(t) = X\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) = X\sqrt{2} \left[\frac{e^{j\left(\omega t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right)}}{2} \right]$$

$$x_c(t) = X\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) = X\sqrt{2} \left[\frac{e^{j\left(\omega t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right)}}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\bar{x}(t) = k \left(x_a(t) + a x_b(t) + a^2 x_c(t) \right) = \frac{3}{2} k X \sqrt{2} e^{j(\omega t + \theta_o)} = \frac{3\sqrt{2}}{2} k e^{j\omega t} \bar{X}_a}$$

Le vecteur d'un système triphasé équilibré direct est, à un coefficient réel et à $e^{j\omega t}$ près, la représentation complexe de la phase a.

Avec $k = \sqrt{2/3}$ (conservation de la puissance) :

$$\bar{x}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} (x_a(t) + a x_b(t) + a^2 x_c(t)) = \sqrt{3} X e^{j(\omega t + \theta_o)} = \sqrt{3} e^{j\omega t} \bar{X}_a$$

La **Figure 4** représente le vecteur tournant d'un système triphasé équilibré.

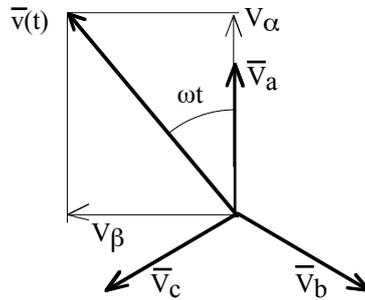


Figure 4 : représentation du vecteur « tournant » pour un système triphasé équilibré direct de tension.

2.5 Vecteur tournant du flux statorique

On considère trois enroulements identiques déphasés de $2\pi/3$. Les courants forment un système triphasé équilibré. Le rotor est à pôles lisses ; sa position n'a pas par conséquent d'influence sur les flux.

$$\text{Flux de la phase a : } \phi_a(t) = L_S i_a(t) + M_S i_b(t) + M_S i_c(t) = (L_S - M_S) i_a(t) \quad [i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0]$$

De même les flux dans les phases b et c s'écrivent :

$$\phi_b(t) = (L_S - M_S) i_b(t)$$

$$\phi_c(t) = (L_S - M_S) i_c(t)$$

L'expression du vecteur flux magnétique du stator est :

$$\frac{\bar{\phi}_S(t)}{k} = \phi_a(t) + a \phi_b(t) + a^2 \phi_c(t) = (L_S - M_S) (i_a(t) + a i_b(t) + a^2 i_c(t))$$

$$\bar{\phi}_S(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} k (L_S - M_S) I e^{j(\omega t + \theta_o)}$$

$$\theta_o : i_a(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_o)$$

$$\bar{\phi}_S(t) = (L_S - M_S) I e^{j(\omega t + \theta_o)} \quad \left[k = \sqrt{\frac{2}{3}} \right]$$

Les vecteurs tournants représentent bien physiquement les flux dans les machines tournantes.

MACHINES SYNCHRONES

Selon le vocabulaire électrotechnique international, une machine synchrone se définit par :

"Une machine synchrone est une machine à courant alternatif dans laquelle la fréquence de la tension induite engendrée et la vitesse sont dans un rapport constant."

1. Description

Très généralement :

Inducteur : rotor créant un champ constant, fixe dans son référentiel $\left\{ \begin{array}{l} - \text{bobine alimentée en courant continu} \\ - \text{aimants permanents} \end{array} \right.$

Induit : stator avec un bobinage alternatif polyphasé, très souvent triphasé.

Comme dans toutes machines, un circuit magnétique permet de réduire les Ampères-Tours pour créer l'induction à vide. Le courant d'excitation est noté i_f , l'indice f provient de l'anglais (field winding : inducteur) et se rapporte systématiquement à l'inducteur.

A l'induit, ce circuit magnétique doit être feuilleté puisque l'induction varie dans le temps. Par contre à l'inducteur, comme en régime permanent synchrone équilibré, l'induction est constante dans le temps (fondamental), le circuit magnétique est souvent massif.

Deux types de rotors (figure 1) : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{rotor à pôles lisses (entrefer constant)} \\ - \text{rotor à pôles saillants (entrefer variable)} \end{array} \right.$

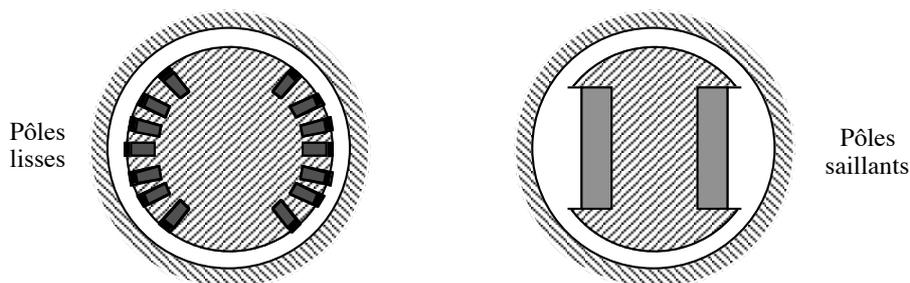


Figure 1 : rotors à pôles lisses et à pôles saillants d'une machine synchrone.

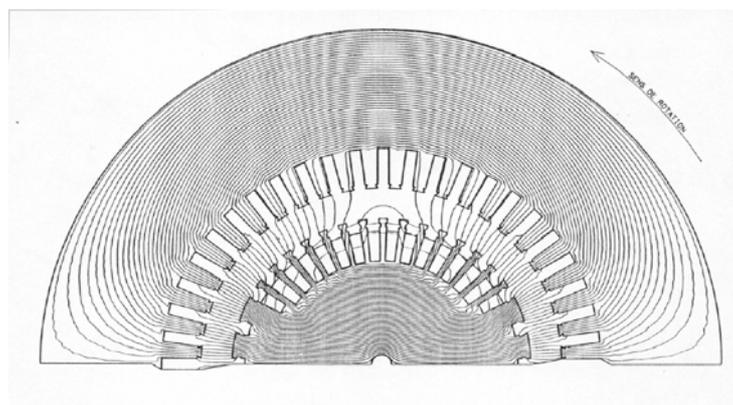


Figure 2 : coupe d'un alternateur à pôles lisses ; lignes de champs à vide.

La figure 3 donne la représentation d'une machine synchrone à inducteur bobiné.

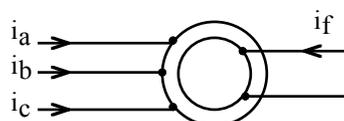


Figure 3 : représentation d'une machine synchrone à inducteur bobiné.

1.1. Inducteur

L'inducteur crée l'induction magnétique nécessaire à la conversion électromécanique. Cette induction est fixe et constante en amplitude pour un point de fonctionnement donné. Elle est créée par un électro-aimant alimenté en courant continu ou par des aimants permanents ou par les deux (électro-aimant et aimants permanents). Les aimants permanents sont réservés principalement aux moteurs synchrones car pour les alternateurs, il est souvent indispensable de pouvoir faire varier le champ inducteur.

Les très grosses machines synchrones sont refroidies par circulation d'hydrogène sous pression. C'est un excellent conducteur thermique et ses propriétés diélectriques sont bonnes. Cependant, cette technique nécessite quelques précautions liées aux risques d'explosion. Lorsque la puissance diminue, un refroidissement par air devient suffisant.

L'alimentation d'un inducteur bobiné peut se faire par des balais qui frottent sur des bagues solidaires du rotor. Cette solution simple nécessite de l'entretien suite à l'usure des balais tandis que le contact bague-balai entraîne des pertes. C'est pourquoi l'excitation d'une machine synchrone se fait souvent via une excitatrice montée sur le même arbre (figure 4). L'excitatrice est une machine synchrone inversée, soit avec l'inducteur fixe et l'induit tournant. Cet induit alimente l'inducteur principal à travers un pont redresseur (transformation AC – DC) d'où l'appellation de dispositif à diodes tournantes dont l'avantage est de n'avoir aucun contact glissant. Le courant inducteur principal est réglé par le courant inducteur de l'excitatrice.

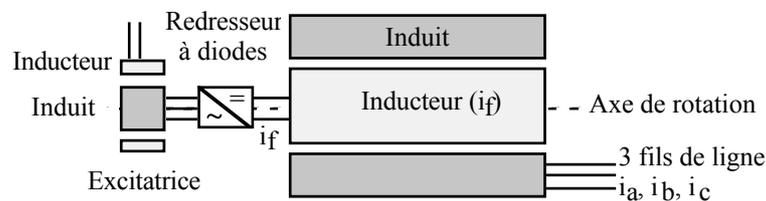


Figure 4 : excitation d'une machine synchrone par « diodes tournantes ».

1.2. Induit

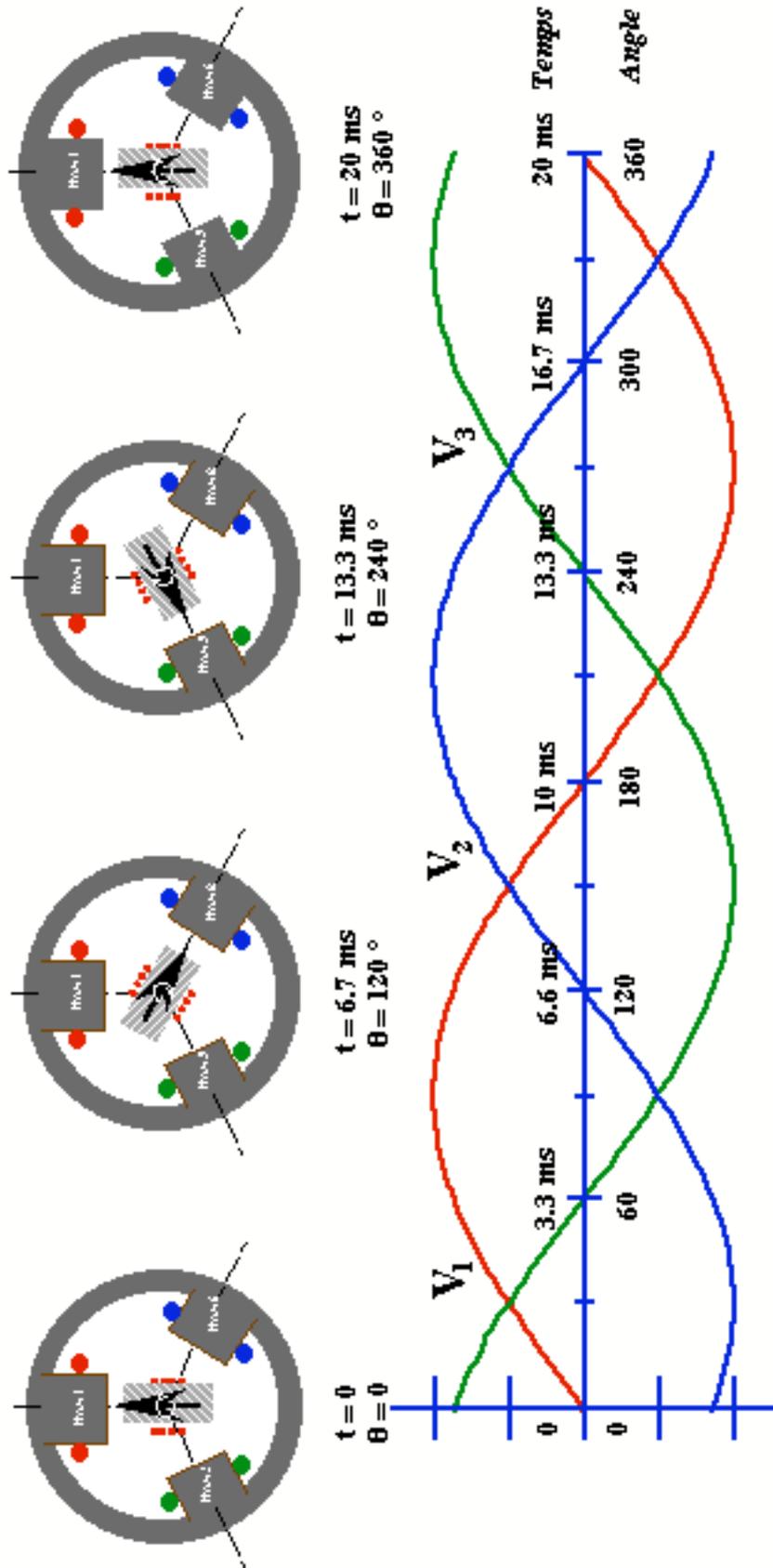
L'induit est le lieu de la conversion électromécanique. Les trois phases, décalées de 120 degrés électriques, sont insérées dans des encoches faites dans un circuit magnétique feuilleté puisque l'induction y est variable dans le temps. Le bobinage est réalisé de telle sorte à ce que la f.e.m. et le champ de réaction magnétique d'induit soient le plus sinusoïdal possible.

Pour les très fortes puissances, les conducteurs de l'induit sont refroidis par circulation d'eau déminéralisée. Le refroidissement par air se développe compte tenu de sa simplicité. Cette technique est maintenant applicable jusqu'à 400 MW.



Figure 5 : rotor et stator d'une machine synchrone (alternateur hydraulique de 110 MVA – 750 tr/min) d'Alstom (photos Alstom).

PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN ALTERNATEUR 50 Hz



Tensions aux bornes des trois phases

Figure 6 : principe de fonctionnement d'une machine synchrone à vide.

Turbo-alternateurs refroidis par hydrogène et par eau 300 à 500 MVA - 3000 tr/mn

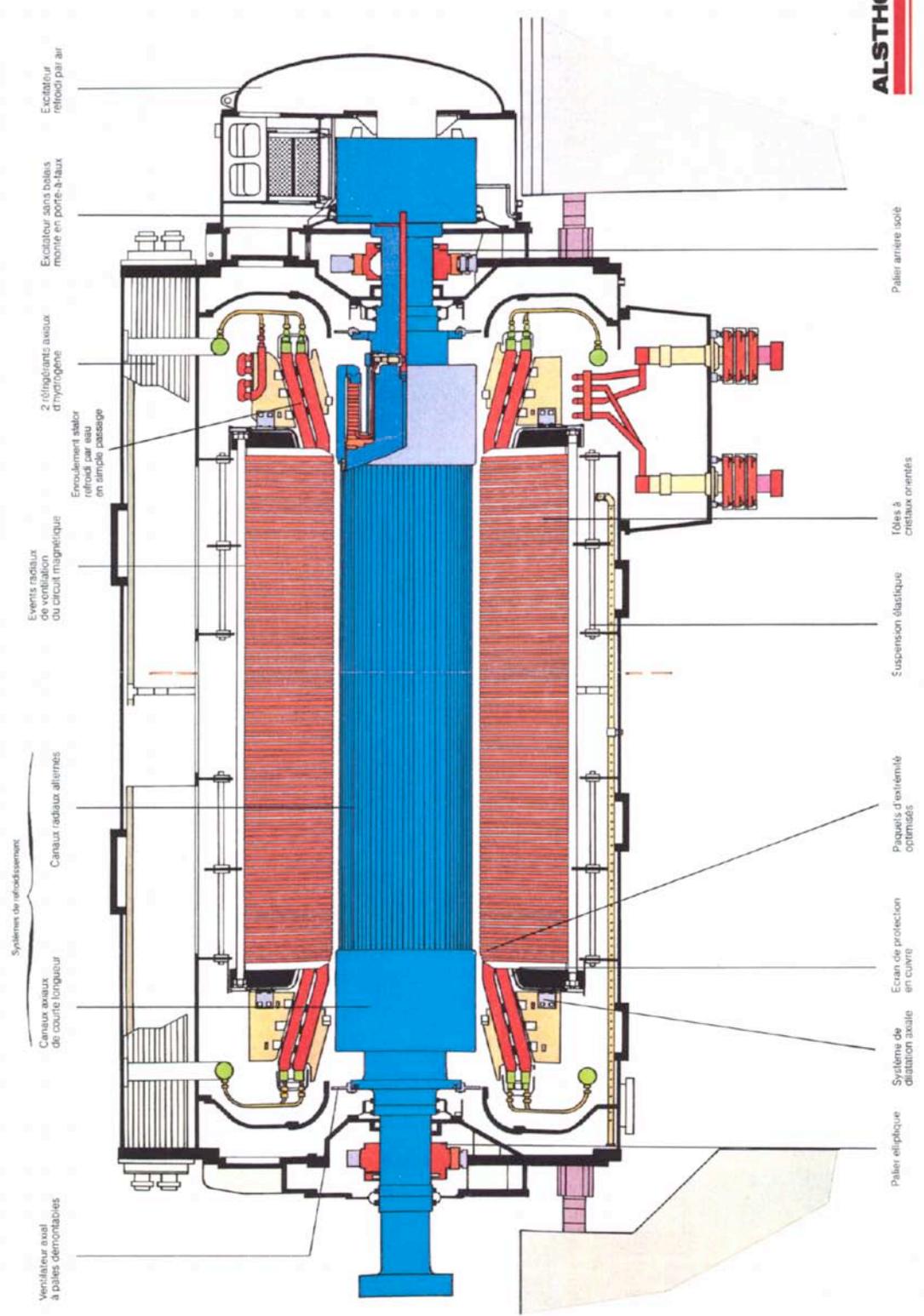


Figure 7 : coupe d'un turbo-alternateur Alstom (document Alstom).

2. Principe (figure 8)

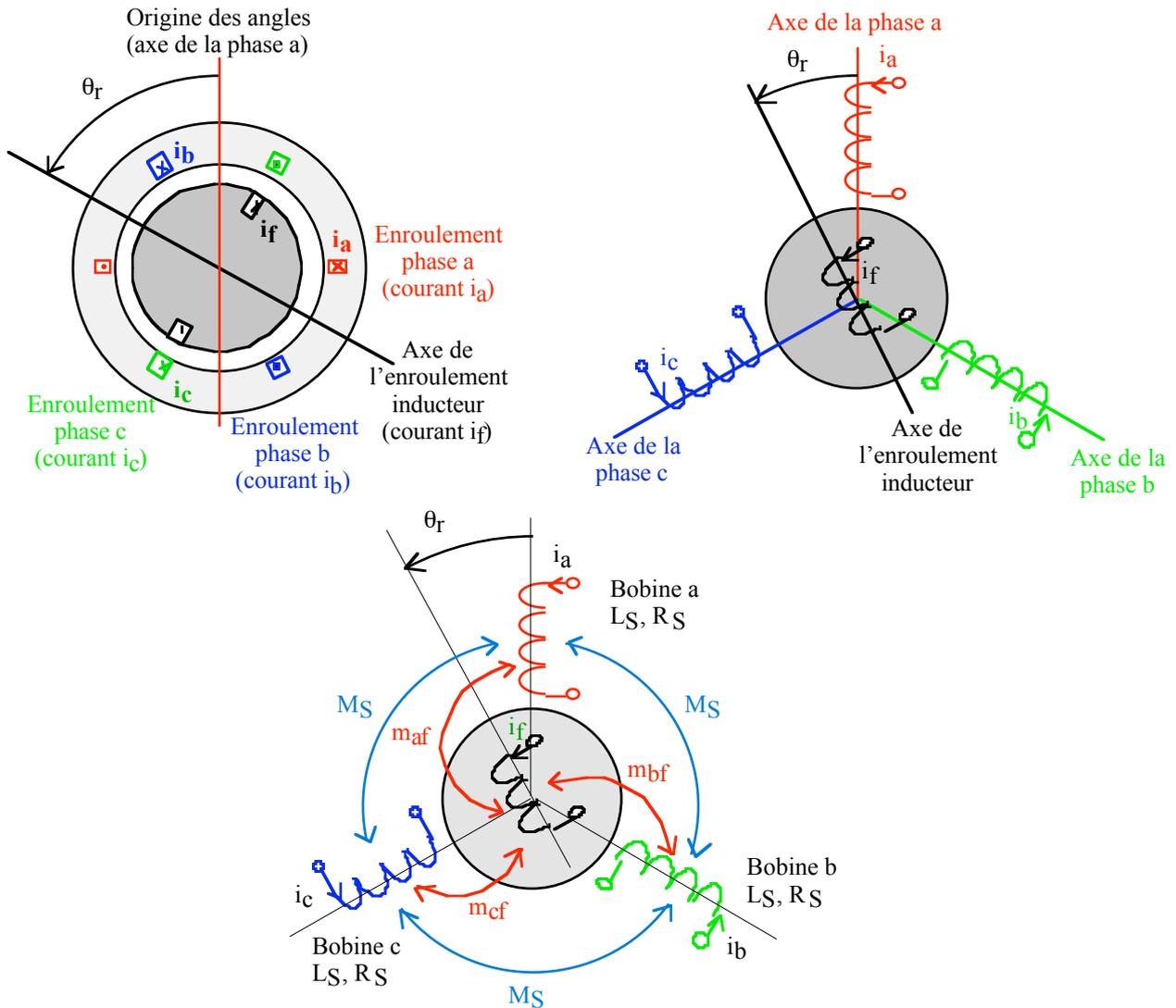


Figure 8 : schéma de principe d'une machine synchrone dipolaire, inductances propres et mutuelles statoriques.

Dans la réalité, les 3 phases statoriques a, b et c, comme l'enroulement inducteur, ne sont jamais placées dans seulement deux encoches par phase, mais elles sont réparties sur plusieurs encoches. Les trois enroulements statoriques sont strictement identiques, mais déphasés de $2\pi/3$.

La position du rotor (θ_r) est définie par rapport à l'axe de l'enroulement inducteur f et l'origine des phases est donnée par l'axe de l'enroulement de la phase a. Le rotor étant entraîné à la vitesse angulaire Ω_r l'expression de l'angle rotorique est donnée par :

$$\theta_r = \Omega_r t + \theta_0$$

θ_0 : position du rotor à $t = 0$, soit l'angle entre l'axe de l'inducteur et celui de la phase a à $t = 0$.

2.1. Fonctionnement à vide ($i_a = i_b = i_c = 0$), f.e.m. à vide

À vide, comme les courants statoriques sont nuls, les trois tensions aux bornes des trois phases se réduisent au f.e.m. à vide et s'expriment par, en convention générateur :

$$v_a = e_a = -\frac{d\phi_a}{dt} ; \quad v_b = e_b = -\frac{d\phi_b}{dt} ; \quad v_c = e_c = -\frac{d\phi_c}{dt}$$

Les flux ϕ_a, ϕ_b, ϕ_c , sont les flux totaux à travers les N_s spires en série des enroulements statoriques a, b et c. Les flux sont seulement créés par le courant inducteur constant (courant continu i_f) puisque les courants des trois phases (i_a, i_b, i_c) sont nuls :

$$\begin{cases} \phi_a = \phi_a(i_a, i_b, i_c, i_f) = m_{af}(\theta_r) i_f \\ \phi_b = \phi_b(i_a, i_b, i_c, i_f) = m_{bf}(\theta_r) i_f \\ \phi_c = \phi_c(i_a, i_b, i_c, i_f) = m_{cf}(\theta_r) i_f \end{cases}$$

Les enroulements sont conçus pour que la répartition des inductions magnétiques soit le plus sinusoïdal possible si bien que les expressions des inductances mutuelles peuvent se mettre sous la forme (cf. chapitre précédent) :

$$\begin{cases} m_{af}(\theta_r) = M_{af} \cos \theta_r \\ m_{bf}(\theta_r) = M_{af} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m_{cf}(\theta_r) = M_{af} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \xrightarrow[\text{à la vitesse } \Omega_r]{\text{Rotor tourne}} \begin{cases} m_{af}(\theta_r) = M_{af} \cos(\Omega_r t + \theta_o) \\ m_{bf}(\theta_r) = M_{af} \cos\left(\Omega_r t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m_{cf}(\theta_r) = M_{af} \cos\left(\Omega_r t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

La valeur maximale de l'inductance mutuelle est la même (M_{af}) pour les trois phases puisque les trois phases sont strictement identiques (même nombre de spires en série N_s , même répartition des spires), à part qu'elles sont déphasées de $2\pi/3$ entre elles.

Compte tenu des expressions des inductances mutuelles m_{af}, m_{bf} et m_{cf} , les trois f.e.m. à vide s'écrivent :

$$\begin{cases} v_a = e_a = -\frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b = e_b = -\frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c = e_c = -\frac{d\phi_c}{dt} \end{cases} \xrightarrow[\text{constant}]{\text{Courant } i_f} \begin{cases} v_a = e_a = -\frac{d\phi_a}{dt} = -i_f \frac{dm_{af}}{dt} = M_{af} i_f \Omega_r \sin(\Omega_r t + \theta_o) \\ v_b = e_b = -\frac{d\phi_b}{dt} = -i_f \frac{dm_{bf}}{dt} = M_{af} i_f \Omega_r \sin\left(\Omega_r t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_c = e_c = -\frac{d\phi_c}{dt} = -i_f \frac{dm_{cf}}{dt} = M_{af} i_f \Omega_r \sin\left(\Omega_r t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_a = E \sqrt{2} \sin(\Omega_r t + \theta_o) \\ e_b = E \sqrt{2} \sin\left(\Omega_r t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_c = E \sqrt{2} \sin\left(\Omega_r t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad E = \frac{M_{af} i_f \Omega_r}{\sqrt{2}} = E(i_f, \Omega_r)$$

Il est possible d'introduire l'amplitude du flux inducteur à travers un enroulement/une phase du stator :

$$\Phi_{af}(i_f) = M_{af} i_f$$

L'expression de la valeur efficace de la f.e.m. à vide devient alors :

$$E = \frac{\Phi_{af}(i_f) \Omega_r}{\sqrt{2}} \underset{\text{linéaire}}{\overset{\text{Machine}}{=}} \frac{M_{af} i_f \Omega_r}{\sqrt{2}}$$

Cette expression est plus générale car elle reste valable lorsque la machine est non linéaire, saturation du circuit magnétique. Dans ce cas la, la courbe $\Phi_{af}(i_f)$ fait apparaître une saturation pour les valeurs élevées du courant inducteur.

En résumé, les f.e.m. à vide d'une machine synchrone forment un système triphasé équilibré (direct ou indirect en fonction du sens de rotation et la séquence des trois phases).

L'amplitude de ces f.e.m. (E) est proportionnelle à la vitesse du rotor et au flux inducteur à travers une phase, soit au courant continu d'excitation avec une hypothèse linéaire.

Dans une machine réelle, à cause de la saturation et des phénomènes de rémanence du circuit magnétique, la caractéristique E(i_f) n'est plus linéaire (figure 9). Par contre E(Ω) reste linéaire.

Nous avons considéré jusque là la machine dipolaire (figure 4). Si la machine comprend 2p pôles, le raisonnement est le même, mais les angles mécaniques sont multipliés par p. Le système triphasé équilibré de f.e.m. devient alors :

$$\begin{cases} e_a = E\sqrt{2} \sin(p\Omega_r t + p\theta_o) \\ e_b = E\sqrt{2} \sin\left(p\Omega_r t + p\theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_c = E\sqrt{2} \sin\left(p\Omega_r t + p\theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad E = \frac{\Phi_{af}(i_f) p \Omega_r}{\sqrt{2}} \underset{\text{linéaire}}{=} \frac{M_{af} i_f p \Omega_r}{\sqrt{2}}$$

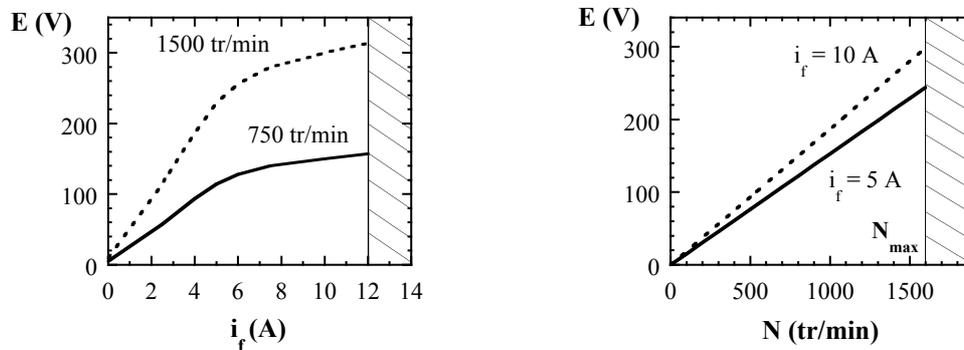


Figure 9 : caractéristiques à vide d'une machine synchrone : f.e.m. à vide en fonction du courant d'excitation et de la vitesse.

2.2. Fonctionnement en charge équilibrée, réaction magnétique d'induit, rotor à pôles lisses

Pour une charge équilibrée, un système triphasé équilibré de courant circule dans les trois phases de l'induit. Celui-ci crée par conséquent une induction tournante à une vitesse qui ne dépend que de la pulsation (ω) ou fréquence (f) des courants et du nombre de paire de pôles de la machine :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p} : \text{vitesse du champ d'induit} = \text{vitesse de synchronisme}$$

L'interaction entre cette induction, appelée réaction magnétique d'induit, et l'induction du rotor ne crée un couple électromagnétique que si les deux champs tournent à la même vitesse :

$$\Omega_r = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p} = \Omega_s \quad \underline{\text{Le rotor doit tourner à la vitesse de synchronisme.}}$$

La réaction magnétique d'induit modifie l'induction dans la machine, donc la tension aux bornes des phases (loi de Lenz) :

$$\begin{cases} v_a = -\frac{d\phi_a}{dt} - R_S i_a \\ v_b = -\frac{d\phi_b}{dt} - R_S i_b \\ v_c = -\frac{d\phi_c}{dt} - R_S i_c \end{cases} \quad R_S = \text{résistance d'une phase}$$

Les flux totaux à travers les trois phases ϕ_a, ϕ_b et ϕ_c dépendent non seulement du courant d'excitation i_f comme à vide, mais également des trois courants de l'induit. Prenons par exemple le flux total à travers la phase a :

$$\phi_a = \phi_a(i_f, i_a, i_b, i_c)$$

$$\phi_a = \phi_a(i_f) + \phi_a(i_a) + \phi_a(i_b) + \phi_a(i_c) \quad (\text{la machine est supposée linéaire})$$

$$\phi_a = m_{af} i_f + L_S i_a + M_S i_b + M_S i_c \quad \begin{cases} L_S : \text{inductance propre d'une phase} \\ M_S : \text{inductance mutuelle entre deux phases} \end{cases}$$

Les inductances propre et mutuelle L_S et M_S ne sont constante que pour une machine à entrefer constant. La figure 10 montre que l'inductance propre de la phase d'une machine synchrone à pôle saillant dépend de la position du rotor.

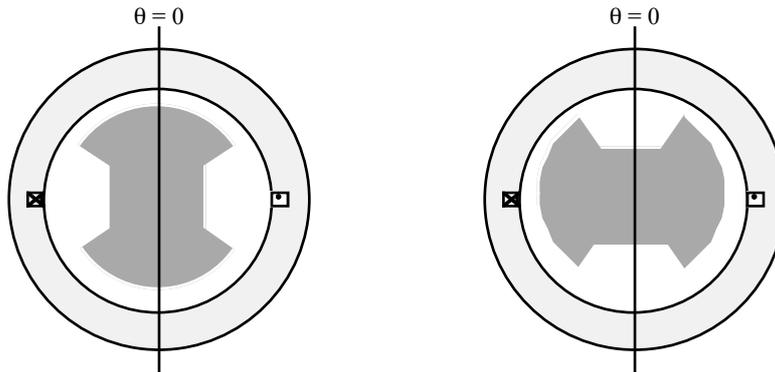


Figure 10 : influence de la position d'un rotor à pôles saillants sur l'inductance de la phase.

Nous ne considérerons que des machines à entrefer lisse, soit avec L_S et M_S constantes.

$$\phi_a = m_{af} i_f + (L_S - M_S) i_a \quad (i_a + i_b + i_c = 0, \text{ système triphasé équilibré})$$

$$\phi_a = \underbrace{m_{af} i_f}_{\text{Flux inducteur } \phi_{fa}} + \underbrace{L_d i_a}_{\text{Flux de réaction magnétique d'induit } \phi_{la}} \quad L_d = L_S - M_S : \text{inductance synchrone (cyclique) d'une phase}$$

$$\phi_{la} = \text{flux de réaction magnétique d'induit à travers la phase a} \quad (\phi_{la} = L_d i_a \quad ; \quad \Phi_{la} = L_d I \sqrt{2})$$

L'inductance synchrone (réactance synchrone $X_d = L_d \omega$) de la machine synchrone est une grandeur fondamentale, elle modélise la réaction magnétique d'induit de la machine dont l'effet sur le flux total ne peut plus être négligé comme c'est généralement le cas dans la machine à courant continu.

$$v_a = -\frac{d\phi_a}{dt} - R_S i_a = -\frac{d\phi_{fa}}{dt} - \frac{d\phi_{la}}{dt} - R_S i_a \quad (\text{figure 11})$$

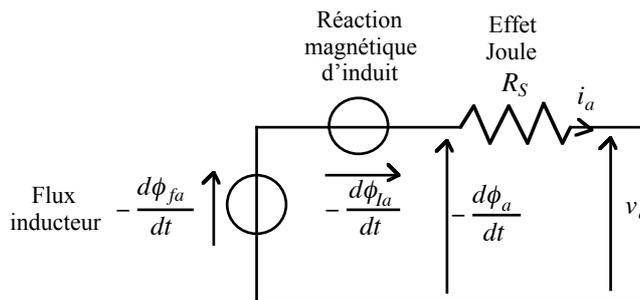


Figure 11 : les différents flux dans une phase d'une machine synchrone dipolaire.

$$v_a = -\frac{d\phi_a}{dt} - R_S i_a = e_a - R_S i_a - L_d \frac{di_a}{dt} = E \sqrt{2} \sin(\omega t + p\theta_o) - R_S i_a - L_d \frac{di_a}{dt}$$

$$v_b = -\frac{d\phi_b}{dt} - R_S i_b = e_b - R_S i_b - L_d \frac{di_b}{dt} = E \sqrt{2} \sin(\omega t + p\theta_o - 2\pi/3) - R_S i_b - L_d \frac{di_b}{dt}$$

$$v_c = -\frac{d\phi_c}{dt} - R_S i_c = e_c - R_S i_c - L_d \frac{di_c}{dt} = E \sqrt{2} \sin(\omega t + p\theta_o + 2\pi/3) - R_S i_c - L_d \frac{di_c}{dt}$$

2.3 Récapitulatif machine synchrone (figure 12)

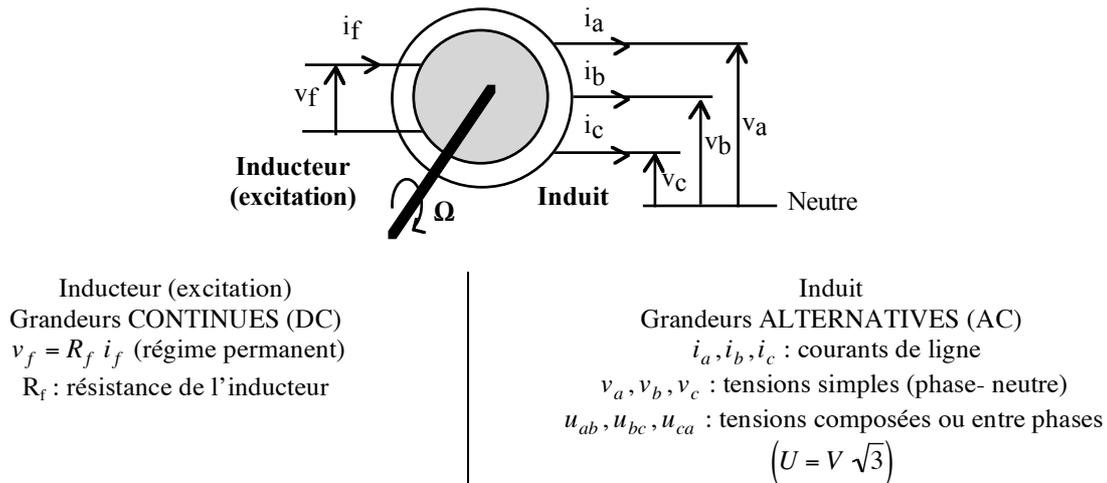


Figure 12 : représentation et grandeurs d'une machine synchrone

En régime équilibré synchrone, l'induit est équivalent à (schéma étoile équivalent, figure 13) :

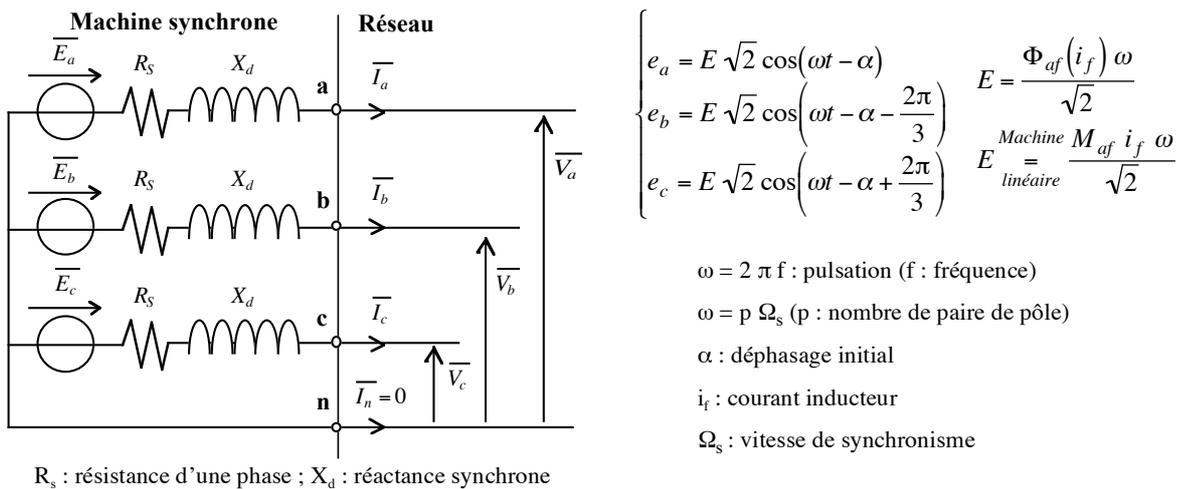


Figure 13 : schéma équivalent de la machine synchrone.

Comme toujours pour un système triphasé équilibré, seule une phase est étudiée puisque les deux autres phases s'en déduisent par un déphasage de $2\pi/3$. Il est souvent plus simple de considérer la phase étoile équivalente (figure 14). Les grandeurs qui interviennent sont alors la tension simple (V) et le courant de ligne (I). Attention pour les puissances, il faut tenir compte alors des trois phases ce qui revient à multiplier par 3 les puissances de la phase étoile équivalente :

$$P = 3 V I \cos \varphi \quad ; \quad Q = 3 V I \sin \varphi \quad ; \quad S = 3 V I$$

V est la tension simple, soit $U/\sqrt{3}$ où U est la tension composée ou tension entre fils de ligne, valeur donnée lorsque rien n'est précisé.

3. Schéma équivalent

3.1 Schéma équivalent phase étoile (figure 14)

Le schéma équivalent pour une phase d'une machine synchrone en régime permanent équilibré synchrone est donné par la figure 14.

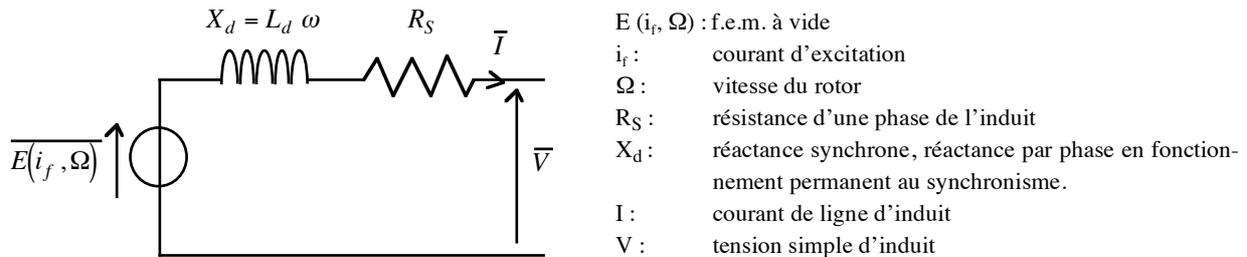


Figure 14 : schéma équivalent d'une phase étoile d'une machine synchrone en régime permanent synchrone équilibré.

$$\bar{V} = \overline{E(i_f)} - R_S \bar{I} - j X_d \bar{I}$$

Dans ce schéma, la résistance peut être en général négligée, surtout pour des machines de forte puissance.

PAR CONTRE LA REACTANCE SYNCHRONE EST ELEVEE ET NE PEUT PAS ETRE NEGLIGEE. Au régime assigné :

$X_d I_a$ de l'ordre de 1 à 4 V

La réactance synchrone est souvent exprimée en valeur réduite :

$$x_d = X_d \frac{I_a}{V_a} \quad [p.u.] \quad x_d = 100 \times X_d \frac{I_a}{V_a} \quad [\%] \quad (I_a, V_a : \text{valeurs efficaces assignées courant tension})$$

$$100\% \leq x_d \leq 400\% \quad 1 p.u. \leq x_d \leq 4 p.u.$$

Pour étudier la machine synchrone en régime permanent synchrone équilibré, il suffit de connaître les trois grandeurs $E(i_f)$, R_S et X_d . Elles peuvent être calculées théoriquement si on connaît parfaitement la machine. Elles peuvent être déterminées expérimentalement à partir d'essais simples et à puissance réduite : l'essai à vide et l'essai en court-circuit. La résistance du stator R_S doit être obtenue séparément (essai en courant continu par exemple).

3.2 Eléments du schéma équivalent à partir des essais de la machine

L'essai à vide (pas de charge, $I = 0$) permet de déterminer les caractéristiques $E(i_f, \Omega)$ (figure 9), sachant que E est strictement proportionnelle à la vitesse.

L'essai en court-circuit (figure 15) permet d'accéder à la réactance synchrone :

$$I_{cc}(i_f) = \frac{E(i_f, \Omega)}{\sqrt{R_S^2 + (L_d \omega)^2}}$$

Dans cette équation, la f.e.m., obtenue par l'essai à vide, doit correspondre à la vitesse pour la pulsation ω . Par contre la caractéristique $I_{cc}(i_f)$ est pratiquement indépendante de la vitesse, puisque la résistance devient très rapidement négligeable devant la réactance :

$$I_{cc}(i_f) = \frac{E(i_f, \Omega)}{\sqrt{R_s^2 + (L_d \omega)^2}} \approx \frac{E(i_f, \Omega)}{L_d \omega} = \frac{\Phi_{af}(i_f) \omega}{\sqrt{2} L_d \omega} = \frac{\Phi_{af}(i_f)}{\sqrt{2} L_d}$$

$$\Phi_{af}(i_f) = \sqrt{2} L_d I_{cc}(i_f)$$

Le flux total étant nul ($V = 0$), le flux de réaction magnétique d'induit égale le flux inducteur en module.

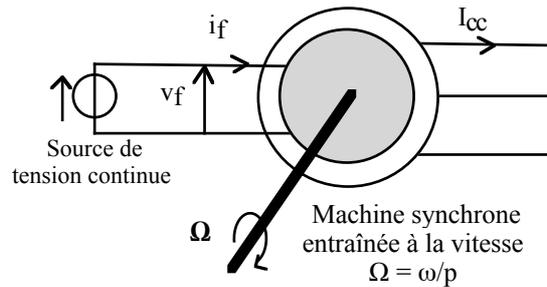


Figure 15 : essai en court-circuit d'une machine synchrone.

Remarque :

Dans l'essai en court-circuit, pour que le courant de court-circuit atteigne la valeur assignée, le courant inducteur est assez important, il dépasse même en général la valeur du courant inducteur nécessaire pour avoir la tension assignée puisque $X_d I_a$ est de l'ordre de V à 4 V.

Attention, cela signifie seulement qu'une machine peut être court-circuitée, mais seulement en régime **permanent**. En régime transitoire, le schéma de la figure 14 n'est plus valable, d'autres impédances interviennent alors et celle-ci sont beaucoup beaucoup plus faibles que la réactance synchrone si bien que des courants extrêmement importants apparaissent lors de courts-circuits brusques (figure 16). Même si la machine a été dimensionnée pour supporter les effets très sévères de ces courants importants, il faut absolument éviter de faire subir à la machine des courts-circuits brusques.

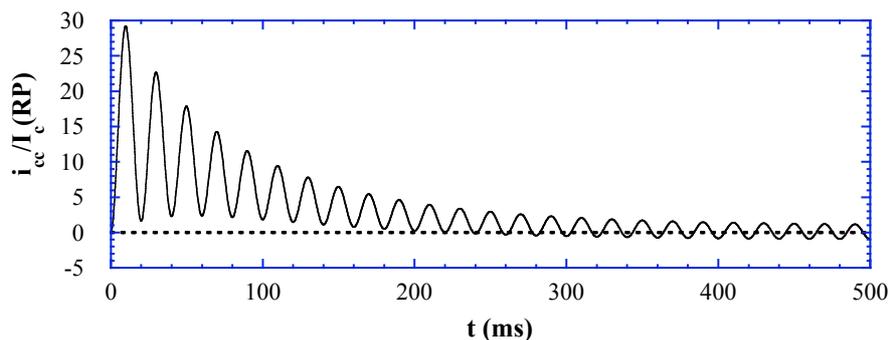


Figure 16 : courant d'induit ramené au courant en régime permanent lors d'un court-circuit franc d'une machine synchrone.

4. Diagramme de fonctionnement pour un débit sur réseau (figure 17)

4.1 Diagramme de Behn Eschenburg, calcul du courant d'excitation

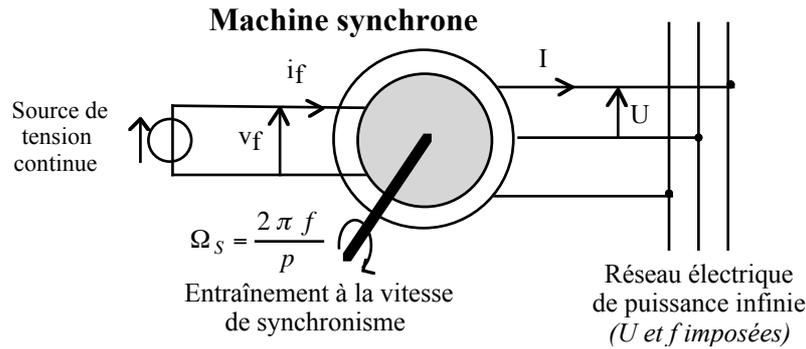


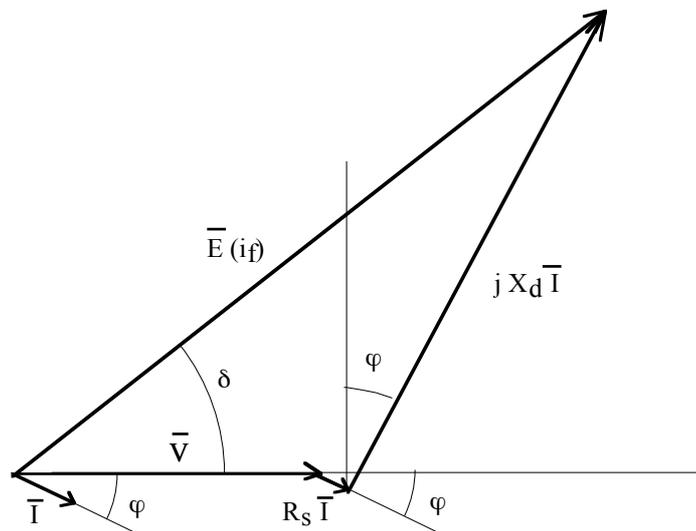
Figure 17 : schéma de principe de la machine synchrone reliée au réseau (il faudrait rajouter un transformateur).

La tension entre phases (U), donc la tension phase neutre (V), et la fréquence (f) sont imposées par le réseau. Le déphasage φ entre la tension simple et le courant de ligne est imposé par le réseau. La f.e.m. ne dépend, au synchronisme, que du courant inducteur i_f ($\Omega_s =$ vitesse de synchronisme) :

$$E = \frac{\Phi_{af}(i_f) \omega}{\sqrt{2}} \quad E_{\text{linéaire}}^{\text{Machine}} = \frac{M_{af} i_f \omega}{\sqrt{2}}$$

L'objectif du diagramme de Behn Eschenburg (figure 18) est d'étudier la machine reliée au réseau de puissance infinie et en particulier de déterminer le courant à injecter dans l'inducteur i_f pour que la machine délivre les puissances active (P) et réactive (Q) demandées par le réseau :

$$P = 3 V I \cos \varphi \quad \& \quad Q = 3 V I \sin \varphi \quad \left[\varphi = \arctg\left(\frac{Q}{P}\right) \right]$$



δ : angle interne (entre V et E)

Figure 18 : diagramme de Behn Eschenburg (phase étoile équivalente).

La tension $R_s I$ est disproportionnée sur la figure 18, la résistance étant très faible devant la réactance synchrone. L'angle interne δ est l'angle entre la tension V et la f.e.m. E ; nous verrons que c'est aussi l'angle entre le flux total et le flux inducteur. C'est un paramètre important pour la stabilité de la machine.

Le diagramme de Behn Eschenburg permet de calculer la f.e.m. E :

$$E^2 = \left(V + R_S I \cos \varphi + X_d I \sin \varphi \right)^2 + \left(X_d I \cos \varphi - R_S I \sin \varphi \right)^2$$

En introduisant les puissances active et réactives, l'expression de la f.e.m. à vide devient :

$$E^2 = \left(V + R_S \frac{P}{3V} + X_d \frac{Q}{3V} \right)^2 + \left(X_d \frac{P}{3V} - R_S \frac{Q}{3V} \right)^2$$

$$E^2 = V^2 \left[\left(1 + R_S \frac{P}{3V^2} + X_d \frac{Q}{3V^2} \right)^2 + \left(X_d \frac{P}{3V^2} - R_S \frac{Q}{3V^2} \right)^2 \right]$$

$$E = V \sqrt{\left(1 + R_S \frac{P}{U^2} + X_d \frac{Q}{U^2} \right)^2 + \left(X_d \frac{P}{U^2} - R_S \frac{Q}{U^2} \right)^2} \quad [U = V \sqrt{3}]$$

Dans cette expression, V (tension simple) ou U (tension entre phases), P et Q sont imposées par le réseau et R_S et X_d sont des caractéristiques de la machine synchrone.

Connaissant la f.e.m., on en déduit donc le courant inducteur à injecter pour que l'alternateur fournisse bien au réseau P et Q sous la tension V :

$$E = \frac{\Phi_{af}(i_f) \omega}{\sqrt{2}} \quad \text{cas linéaire : } i_f = \frac{E \sqrt{2}}{M_{af} \omega} = \frac{E \sqrt{2}}{M_{af} p \Omega_S} \quad (V_f = R_f i_f)$$

4.2 Flux dans une machine synchrone reliée au réseau

Il est intéressant de positionner les différents flux à l'induit sur le diagramme de Behn Eschenburg. Dans toute machine, il y a principalement 3 flux : le flux inducteur (ϕ_f), le flux de réaction magnétique d'induit (ϕ_r) et le flux total (ϕ_t) qui est la résultante des deux autres. Nous allons considérer ces flux pour la phase a ; le diagramme de Behn Eschenburg est donc tracé pour cette phase a.

- Le flux inducteur (ϕ_{fa}) est donné par la f.e.m. : $e_a = -\frac{d\phi_{fa}}{dt}$ (ϕ_{fa} est à $+\pi/2$ par rapport à E_a), **il définit l'axe d (axe direct), l'axe en quadrature est l'axe q,**
- Le flux de réaction magnétique d'induit (ϕ_{ra}) est donné par le courant : $\phi_{ra} = L_d i_a$ (ϕ_{ra} est en phase avec à I_a),
- Le flux total (ϕ_a) est donné par la tension : $v_a = -\frac{d\phi_a}{dt}$ (ϕ_a est à $+\pi/2$ par rapport à V_a).

Reliée à un réseau électrique dont la tension est constante en amplitude, le flux total à l'induit reste constant en amplitude. En fonction du point de fonctionnement défini par les puissances active et réactive absorbées par le réseau, les flux inducteurs et de réaction magnétique d'induit varient en amplitude et en phase, mais leur somme reste constante.

Les figures 19 et 20 représentent ces différents flux respectivement sur le diagramme de Behn Eschenburg et sur le schéma équivalent d'une phase.

ψ est l'angle entre le courant I_a et la f.e.m. E_a . $\psi + \pi/2$ est donc l'angle entre les champs inducteur et de réaction magnétique d'induit.

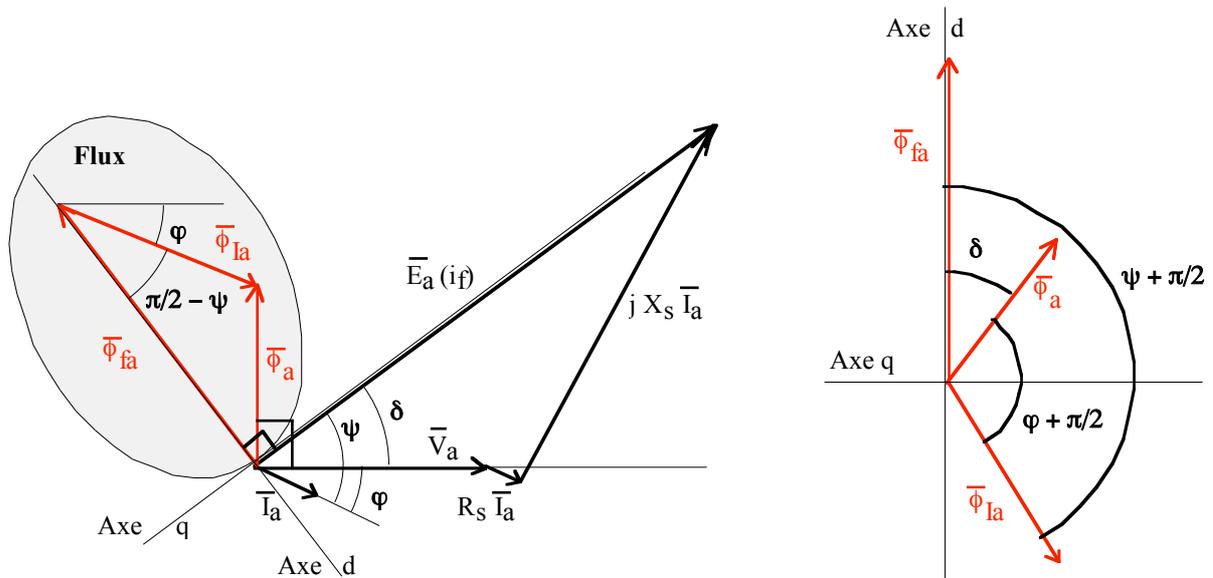


Figure 19 : diagramme de Behn Eschenburg pour la phase a avec les flux de cette phase.

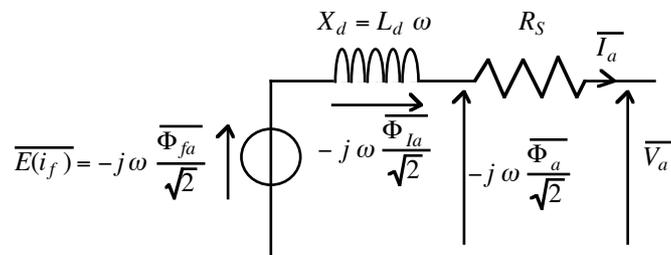


Figure 20 : les différents flux pour la phase a sur le schéma équivalent de cette phase.

4.3 Puissances et couple

Autre expression de la puissance (ou du couple)

$$P + 3 R_s I^2 = 3 V I \cos \varphi + 3 R_s I^2 : \text{puissance électrique de la machine}$$

La puissance électrique de la machine est la puissance délivrée par le système d'entraînement (une turbine en général pour un alternateur).

A partir du diagramme de Behn Eschenburg, il est possible d'écrire cette puissance autrement, en particulier :

$$P_e = 3 I (V \cos \varphi + R_s I) = 3 E I \cos \psi = 3 E I \sin \left(\psi + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3}{\sqrt{2}} \Phi_{af}(i_f) \omega I \sin \left(\psi + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3}{\sqrt{2}} \Phi_{af}(i_f) p \Omega I \sin \left(\psi + \frac{\pi}{2} \right)$$

La puissance est le produit de la f.e.m. par le courant multiplié par le sinus de l'angle entre le champ inducteur et le champ de réaction magnétique d'induit. Nous retrouvons donc bien, qu'à des coefficients près, la puissance, donc le couple (Γ), sont donnés par le produit des inductions magnétiques inducteur et de réaction magnétique d'induit multiplié par le sinus de l'angle entre eux :

$$\Gamma = \beta B_f B_l \sin(B_f, B_l) \begin{cases} \beta : \text{facteur de proportionnalité} \\ B : \text{inductions magnétiques} \end{cases}$$

$$\Gamma_e = \frac{3}{\sqrt{2}} p \Phi_{af} I \sin\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{p \Phi_{af}}{k_s N_s} \overset{\text{Ampère-tours}}{\text{d'induit}} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Flux total inducteur

Le couple dans une machine synchrone est donné par le flux total inducteur multiplié par les Ampères-tours d'induit et le sinus de l'angle entre les flux inducteur et de réaction magnétique d'induit.

Si on néglige la résistance R_s , une autre expression de la puissance est donnée par :

$$P_e = 3 \frac{E V}{X_d} \sin \delta = \frac{3}{2} \frac{\Phi_{fa} \Phi_a}{L_d} \omega \sin \delta \quad \Gamma_e = \frac{3}{2} \frac{p \Phi_{fa} \Phi_a}{L_d} \sin \delta$$

Cette expression donne la puissance ou le couple en fonction des paramètres imposés sur la machine à excitation i_f donnée :

- V , tension imposée par le réseau, soit aussi le flux total,
- E , f.e.m. imposée par le courant d'excitation i_f , soit le flux inducteur,
- X_d , caractéristique interne de la machine.

Elle donne donc la puissance maximale disponible à courant inducteur donné :

$$P_e^{\max} = 3 \frac{E V}{X_d} \quad \& \quad \Gamma_e^{\max} = \frac{3}{2} \frac{p \Phi_{fa} \Phi_{ta}}{L_d} \quad \left(\delta = \frac{\pi}{2} \right)$$

La limite de stabilité statique est donnée par un angle interne de $\pi/2$. En effet au-delà de cet angle, la machine « décroche » puisque le couple moteur devient inférieur au couple résistant.

Si on néglige la résistance statorique, c'est parfaitement justifié dans la grande majorité des cas, les puissances active et réactive sont représentées par deux droites sur le diagramme de Behn Eschenburg (figure 21). La projection du vecteur $j X_d \bar{I}$ donne au coefficient $X_d/3V$ près la puissance active sur l'axe vertical et la puissance réactive sur l'axe horizontal.

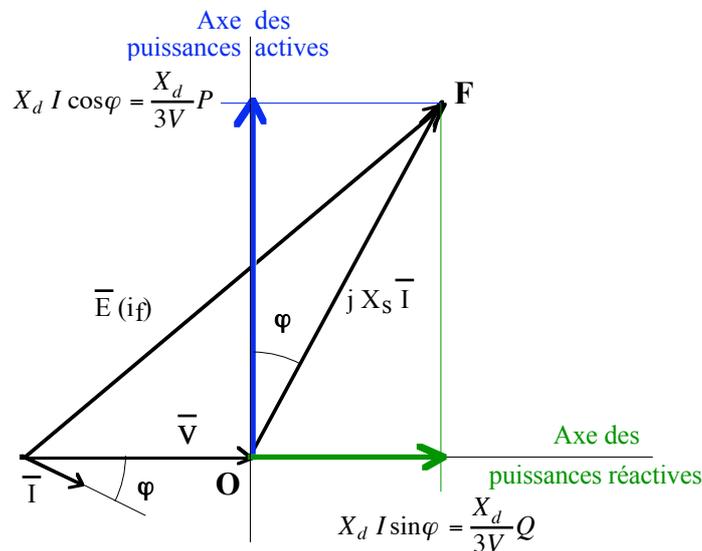


Figure 21 : représentation des puissances active et réactive dans le diagramme de Behn Eschenburg.

5. Fonctionnement en moteur

Comme n'importe quelle machine électrique, la machine synchrone est réversible, pouvant fonctionner comme génératrice ou comme moteur. Par contre le moteur synchrone ne développe un couple qu'à la vitesse de synchronisme donnée par la fréquence des courants à l'induit et le nombre de paire de pôles. Pour piloter une machine synchrone en vitesse, il faut donc une alimentation à fréquence variable ce qui ne pose plus de problème technique compte tenu des développements des convertisseurs d'électronique de puissance. En jouant sur l'excitation, un moteur synchrone peut soit fournir soit absorber de la puissance réactive. La figure 22 donne le diagramme de Behn Eschenburg pour un fonctionnement moteur, mais avec fourniture de puissance réactive ($P > 0$ & $Q < 0$ (convention moteur)).

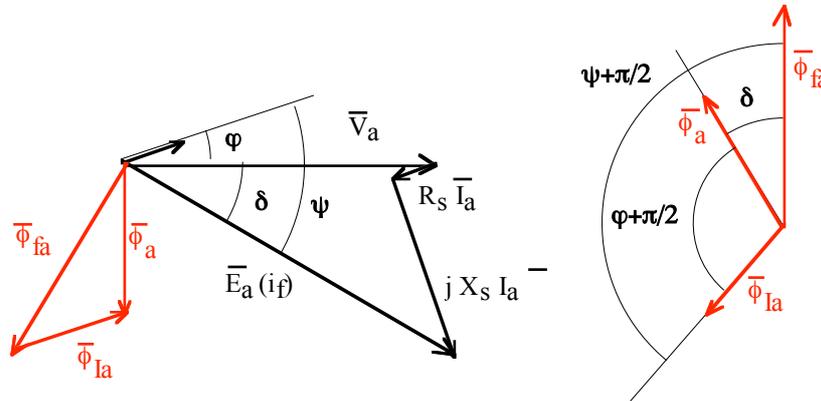


Figure 22 : diagramme de Behn Eschenburg d'un moteur synchrone pour la phase a avec les flux de cette phase.

Le couple maximum d'un moteur synchrone est donné par :

$$\Gamma_{\max} = 3 \frac{E(i_{fa}) I_a}{\Omega} = \frac{3\sqrt{2}}{2} p \Phi_{af}(i_f) I_a$$

Le couple est maximum lorsque les courants d'excitation et d'induit sont maximum, soit à leur valeur assignée et lorsque les champs d'excitation et de réaction magnétique d'induit sont en quadrature. Un convertisseur peut imposer cet angle de pilotage via une commande adaptée des interrupteurs. Ce pilotage conduit au courant absorbé minimal à excitation donnée.

La figure 23 donne la caractéristique couple-vitesse d'une machine asynchrone alimentée à une fréquence donnée. La machine ne développe un couple qu'à la vitesse de synchronisme définie par la fréquence et le nombre de paire de pôle :

$$N_s = \frac{60 f}{p} \quad [N_s \text{ en tr/min}]$$

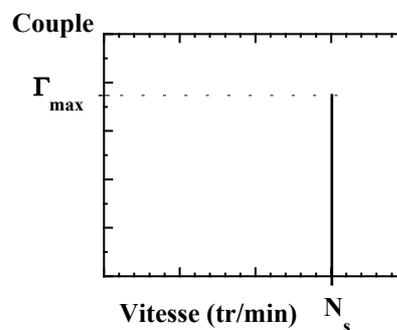


Figure 23 : caractéristique couple – vitesse pour un moteur synchrone.

L'unique moyen pour piloter un moteur synchrone en vitesse est de l'alimenter par un convertisseurs de puissance à fréquence variable.

6. Types d'alternateurs

Turboalternateurs

- rapide : 3000-1500-1000 tr/min,
- entraînement par turbine à vapeur ou à gaz,
- rotor cylindrique (pôles lisses) en acier forgé à très haute résistance,
- axe horizontal,
- refroidissement du rotor par hydrogène, fortes puissances
- refroidissement des conducteurs du stator par eau,
- très fortes puissances (1650 MVA (4 pôles); 1200 MVA (2 pôles)).

====> machines des centrales thermiques.

Hydro-alternateurs

- entraînement hydraulique.
- machines lentes,
- machines à plus de quatre pôles,

Suivant la hauteur de chute, les turbines hydrauliques sont les suivantes :

- haute chute : turbine Pelton
- chute moyenne : turbine Francis (axe vertical)
- basse chute : turbine Kaplan, très lente (150 tr/min)
groupe bulbe (turbine Kaplan + alternateur axe vertical)

7. Ordres de grandeur

Alternateur hydraulique

170 MVA - 153 MW – 428,6 tr/min
Tension : 15,5 kV, courant induit : 6333 A.
Poids stator : 166 tonnes (diamètre intérieur : 4,3 m; hauteur); poids rotor 235 tonnes.
Puissance d'excitation : 323 kW.
Rendement au régime nominal : 98,5 %.

Turboalternateur

1650 MVA - 1485 MW (puissance de 232 T.G.V. Paris Sud-Est) - 1500 tr/min
Tension : 20 kV, courant induit : 48 kA.
Rotor refroidi à l'hydrogène sous pression, conducteur de l'induit refroidi par eau.
Quelques dimensions : entre paliers : 12,6 m
longueur hors tout : 17,3 m
diamètre du rotor : 1,8 m
Poids rotor : 232 tonnes; poids stator : 375 tonnes (total 755 tonnes).
Rendement : supérieur à 99 %.

Moteur synchrone du T.G.V. Atlantique

1100 kW - 4000 tr/min
1246 Volts entre phases, 588 A par phase.
Refroidissement par une ventilation forcée avec un débit de 1,25 m³/s.
Isolation de classe C (peut supporter des températures supérieures à 180 °C)
Poids total : 1450 kg.
Dimensions approximatives : 960 mm de long et 670 mm de large.

8. Résumé machine synchrone

Les machines synchrones sont principalement utilisées comme alternateurs pour alimenter les réseaux électriques. Elles sont un élément clé du système électrique d'autant qu'elles peuvent non seulement fournir ou absorber de la puissance active, mais aussi de la puissance réactive en jouant sur le courant inducteur. Leur disponibilité est un aspect fondamental, notamment dans les grandes centrales nucléaires : leur puissance unitaire peut atteindre 1485 MW soit

plus d'un pour cent de la puissance totale installée en France. Le coût d'une indisponibilité est considérable et les conséquences peuvent être sévères pour le réseau.

Son utilisation comme moteur se développe, en particulier avec des aimants permanents ; c'est la machine électrique la plus performante.

Le terme « synchrone » se réfère au fait que sa vitesse de rotation est strictement égale à la vitesse de synchronisme définie par le rapport de la fréquence (f) et du nombre de paires de pôles de la machine (p) :

$$\Omega_s = \frac{2 \pi f}{p} \quad [rd/s] \quad ; \quad N_s = \frac{60 f}{p} \quad [tr/min]$$

Son fonctionnement à vitesse variable nécessite donc un convertisseur dont la fréquence est pilotée par la vitesse de la machine.

La machine synchrone comprend en général deux enroulements parcourus, l'un par du courant continu pour l'inducteur et l'autre par des courants triphasés pour l'induit.

Le schéma de base d'une machine synchrone en régime permanent synchrone équilibré est très simple avec une source de tension (E) proportionnelle au courant inducteur (machine linéaire) et à la vitesse en série avec une impédance interne constituée d'une résistance (R_s), en général négligeable, et d'une réactance, la réactance synchrone de la machine (X_d), qui est par contre souvent forte (figure 24). Le courant inducteur doit être ajusté en fonction de la charge pour maintenir une amplitude de tension constante aux bornes de la machine pour un fonctionnement en alternateur relié à un réseaux d'amplitude de tension constante.

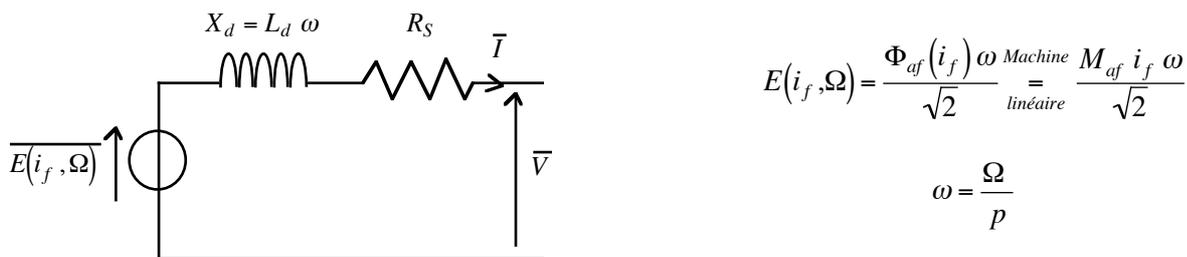


Figure 24 : schéma équivalent d'une phase étoile d'une machine synchrone en régime permanent synchrone équilibré.

La machine synchrone est une machine qui a acquis au cours des ans une extrême maturité technologique. Les alternateurs les plus puissants dépassent 1 700 MVA et pourraient être extrapolés à pratiquement 2 000 MVA pour les futures centrales nucléaires. La technologie progresse toujours, l'isolation électrique et le refroidissement sont deux exemples d'évolutions récentes.

9. Représentation de la machine synchrone par vecteur « tournant »

9.1. Vecteur tournant du flux à vide

$$\frac{\overline{\phi_{fS}}(t)}{k} = \phi_{fa}(t) + a \phi_{fb}(t) + a^2 \phi_{fc}(t) = m_{af} i_f + a (m_{bf} i_f) + a^2 (m_{cf} i_f)$$

$$\frac{\overline{\phi_{fS}}(t)}{k} = M_{af} i_f \left[\cos \theta_r + a \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + a^2 \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

θ_r : position angulaire du rotor par rapport à l'axe de la phase a

$$\frac{\overline{\phi_{fS}}(t)}{k} = \frac{3}{2} M_{af} i_f e^{j\theta_r}$$

$$\boxed{\overline{\phi_{fS}}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{af} i_f e^{j\theta_r}}$$

Les vecteurs tournants représentent bien physiquement les flux dans les machines tournantes.

9.2. Vecteur tournant tension statorique

$$\frac{\overline{v_S}(t)}{k} = v_a(t) + a v_b(t) + a^2 v_c(t)$$

$$v_a = -\frac{d\phi_{fa}}{dt} - R_S i_a - L_d \frac{di_a}{dt}$$

$$v_b = -\frac{d\phi_{fb}}{dt} - R_S i_b - L_d \frac{di_b}{dt}$$

$$v_c = -\frac{d\phi_{fc}}{dt} - R_S i_c - L_d \frac{di_c}{dt}$$

Où L_d est l'inductance cyclique d'une phase statorique ($L_d = L_S - M_S$)

$$\frac{\overline{v_S}(t)}{k} = -\frac{d\overline{\phi_{fS}}(t)}{dt} - R_S \overline{i_S}(t) - L_d \frac{d\overline{i_S}(t)}{dt}$$

$$\frac{\overline{i_S}(t)}{k} = i_a(t) + a i_b(t) + a^2 i_c(t) \quad \overline{i_S}(t) = \sqrt{3} I_a(t) e^{j\omega t}$$

$$\boxed{\overline{v_S}(t) = -j \frac{d\theta}{dt} \overline{\phi_{fS}}(t) - R_S \overline{i_S}(t) - L_d \frac{d\overline{i_S}(t)}{dt}}$$

$$\boxed{\overline{v_S}(t) = -j \Omega \overline{\phi_{fS}}(t) - R_S \overline{i_S}(t) - L_d \frac{d\overline{i_S}(t)}{dt}}$$

$$\overline{v_S}(t) = v_{\alpha S}(t) + j v_{\beta S}(t) \quad \begin{cases} v_{\alpha S}(t) = \Omega \phi_{\beta fS}(t) - R_S i_{\alpha S}(t) - L_d \frac{di_{\alpha S}(t)}{dt} \\ v_{\beta S}(t) = -\Omega \phi_{\alpha fS}(t) - R_S i_{\beta S}(t) - L_d \frac{di_{\beta S}(t)}{dt} \end{cases}$$

9.3. Couple électromagnétique (cas dipolaire)

$$p(t) = \text{Re} \left[\overline{v_S}(t) \overline{i_S}^*(t) \right]$$

$$p(t) = \operatorname{Re} \left[\overline{v_S}(t) \overline{i_S}^*(t) \right] = \operatorname{Re} \left[-j \Omega \overline{\phi_{fS}}(t) \overline{i_S}^*(t) - R_S \overline{i_S}(t) \overline{i_S}^*(t) - L_d \overline{i_S}^*(t) \frac{d\overline{i_S}(t)}{dt} \right]$$

$$\Gamma_e = \operatorname{Im} \left[\overline{i_S}^*(t) \overline{\phi_{fS}}(t) \right]$$

$$\Gamma_e = \operatorname{Im} \left[\overline{i_S}^*(t) \overline{\phi_{fS}}(t) \right] = \frac{3}{\sqrt{2}} M_{af} i_f I_a \operatorname{Im} \left[e^{-j(\omega t + \varphi_a)} e^{j\theta_r} \right] = \frac{3}{\sqrt{2}} M_{af} i_f I_a \sin(\theta_r - \omega t - \varphi_a)$$

$$\Gamma_e = \frac{3}{\sqrt{2}} \Phi_{af}(i_f) I_a \sin((\Omega_R - \omega)t + \theta_o - \varphi_a) = \frac{3}{\sqrt{2}} \Phi_{af}(i_f) I_a \sin\left((\Omega_R - \omega)t + \frac{\pi}{2} + \psi\right)$$

C'est bien entendu la même expression que celle obtenue dans le référentiel classique. La machine doit fonctionner au synchronisme et son couple maximum est donné par :

$$\Gamma_e^{\max} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Phi_{af}(i_f) I_a = \frac{3}{\sqrt{2}} M_{af} i_f I_a$$

Machine linéaire

MACHINES ASYNCHRONES OU MACHINE A INDUCTION

Selon le vocabulaire électrotechnique international, une machine asynchrone se définit par :

"Une machine asynchrone est une machine à courant alternatif dont la vitesse en charge et la fréquence du réseau, auquel elle est reliée, ne sont pas dans un rapport constant."

1. Constitution, glissement

Inducteur : stator créant un champ tournant par un bobinage polyphasé.

Induit : rotor avec un enroulement polyphasé mis en court-circuit (rotor bobiné).

Deux types de rotors : $\begin{cases} - \text{cage d'écureuil (rotor à cage ; figure 1)} \\ - \text{bobinages reliés à des bagues extérieures (rotor bobiné , figure 1).} \end{cases}$

Une cage d'écureuil est constituée de barres (cuivre ou aluminium en général) placées dans des encoches d'un circuit magnétique et court-circuitées à chaque extrémité par un anneau de court-circuit. La réalisation d'un rotor à cage est très simple, beaucoup plus que celle d'un rotor bobiné. Par contre la possibilité de pouvoir faire varier la résistances des phases du rotor par des résistances extérieures est intéressante.

Dans les machines asynchrones, l'entrefer est constant et doit être le plus faible possible pour que le facteur de puissance soit le plus élevé possible.

L'inducteur crée un champ tournant à la vitesse dite de synchronisme Ω_s définie par le nombre de paires de pôles p et la pulsation ω des courants de l'inducteur : $\Omega_s = \omega/p$.

La vitesse de rotation Ω de la machine est définie à partir de la vitesse de synchronisme et d'un paramètre g appelé glissement.

$$\Omega = (1 - g) \Omega_s \qquad g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{N_s - N}{N_s}$$

Le glissement d'une machine asynchrone est, au régime assigné, toujours assez faible (%) pour obtenir un bon rendement (sauf si la puissance au rotor est récupérée). Une machine asynchrone tourne donc pratiquement à la vitesse de synchronisme en régime permanent.



Figure 1 : cage d'écureuil du rotor et rotor bobiné d'une machine asynchrone.

La figure 2 donne la représentation d'une machine asynchrone.

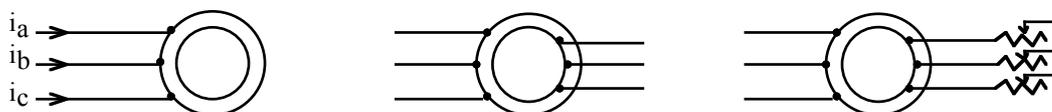


Figure 2 : représentation d'une machine asynchrone.

A gauche : machine à cage ; à droite : machine à rotor bobiné et relié à 3 résistances.

2. Fonctionnement

2.1. Marche en moteur

La machine asynchrone est alimentée par un système triphasé de tension de fréquence f . Des courants triphasés se développent dans les trois phases et créent une induction magnétique qui tourne à la vitesse de synchronisme donnée par la fréquence (f) et le nombre de paire de pôle (p) :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2 \pi f}{p}$$

Cette induction magnétique tournante crée des f.e.m. aux bornes des trois bobines rotoriques et induit par conséquent des courants puisqu'elles sont court-circuitées, soit directement, soit à travers des résistances. Les courants induits au rotor créent un couple qui fait démarrer la machine. La vitesse maximale atteignable en moteur est la vitesse de synchronisme. En effet lorsque le rotor tourne à la vitesse de synchronisme, il tourne à la même vitesse que l'induction tournante. Sans variation de flux, il n'y a pas de courants induits et par conséquent pas de couple non plus.

Un moteur asynchrone peut démarrer tout seul. Comme moteur, sa plage de fonctionnement en vitesse est entre l'arrêt et la vitesse de synchronisme ; son couple est en effet nul à la vitesse de synchronisme. La vitesse de la machine doit être asynchrone pour qu'elle développe un couple, d'où son nom. La machine asynchrone est appelée aussi machine à induction. Les anglo-saxons préfèrent souvent cette appellation (induction machine).

La fréquence des courants rotoriques est donnée par la fréquence du flux variable qui leur donne naissance. En terme de vitesse, c'est la vitesse du champ tournant dans le référentiel du rotor, soit la vitesse relative entre celle du champ tournant statorique et la vitesse du rotor :

$$\Omega_s - \Omega = \Omega_s - \Omega_s(1 - g) = g \Omega_s = g \frac{2 \pi f}{p}$$

On en déduit donc la fréquence des courants rotoriques (f_r) :

$$f_r = g f_s = g f$$

La fréquence de courants rotoriques est maximale au démarrage et faible en régime normal de fonctionnement puisque le glissement reste toujours très faible (quelques %).

Ces courants rotoriques triphasés (rotor bobiné) forment un système équilibré puisque les trois phases rotoriques sont identiques, mais décalées de $2 \pi/3$ électriques. Ils créent un champ de réaction magnétique d'induit tournant à $g \Omega_s$ dans le référentiel du rotor. Dans le référentiel statorique, cette vitesse devient Ω_s , la vitesse du champ tournant inducteur. Les champs inducteurs et de réaction magnétique d'induit tournent bien à la même vitesse ; c'est une condition nécessaire pour qu'une machine développe un couple.

Pour inverser le sens de rotation d'une machine asynchrone, il faut changer le sens de rotation du champ tournant. Pour cela il suffit d'invertir deux fils/câbles qui alimentent le stator de la machine.

Le fonctionnement de la machine asynchrone est basé sur les courants induits au rotor. C'est une belle illustration de la loi de Lenz : les courants sont induits pour s'opposer aux variations de flux. A vide, la machine asynchrone tourne pratiquement au synchronisme, les variations de flux au rotor sont alors minimales.

2.2. Marche en génératrice

Si on entraîne la machine asynchrone au-delà du synchronisme, des courants seront aussi induits au rotor pour ramener le rotor au synchronisme (loi de Lenz). Le couple devient donc résistant et non plus moteur : la machine asynchrone fonctionne comme génératrice au-delà du synchronisme. Elle fournit donc au circuit auquel elle est reliée de la puissance électrique qui est la puissance mécanique d'entraînement de l'arbre moins les pertes mécaniques et électriques (Joule et fer). Cependant, une machine asynchrone, contrairement à la machine synchrone, ne comporte pas de « source de puissance réactive interne » et il faudra que le circuit extérieur lui fournisse obligatoirement cette

puissance réactive indispensable à son fonctionnement. Si la machine est reliée à un réseau électrique, celui-ci lui fournira en général la puissance réactive nécessaire. Sinon, sans électronique de puissance, il faudra prévoir des condensateurs.

3. Mise en équation

On considère une machine asynchrone triphasée à rotor bobiné dont les trois phases sont court-circuitées. Les phases du stator sont a, b et c, celles du rotor 1, 2 et 3 (figure 3).

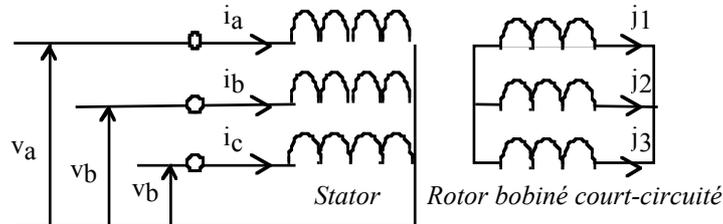


Figure 3 : représentation sous forme de circuits d'une machine asynchrone.

La figure 3 indique que la machine asynchrone peut être considérée comme un transformateur avec le secondaire court-circuité. Nous verrons que les équations d'une machine asynchrone sont bien celles d'un transformateur. C'est un transformateur à champ tournant, contrairement aux transformateurs conventionnels qui sont à champ fixe. L'entrefer et la rotation du secondaire entraînent néanmoins des spécificités pour la machine asynchrone par rapport au transformateur conventionnel.

Les équations de fonctionnement en régime permanent sont données, comme toujours, par la loi de Lenz (convention récepteur) pour les phases statoriques et rotoriques, par exemple la phase a du stator et la phase 1 du rotor.

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} \\ 0 = R_R j_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \quad (\text{phases rotoriques court-circuitées}) \end{cases}$$

Où ϕ_a est le flux total à travers la phase statorique a et ϕ_1 est le flux total à travers la phase rotorique 1.

Les flux ϕ_a et ϕ_1 dépendent des trois courants statoriques (i_a , i_b et i_c) et des trois courants rotoriques (j_1 , j_2 et j_3).

Dans ces équations, les courants statoriques i_a , i_b et i_c sont à la fréquence f tandis que les courants rotoriques j_1 , j_2 et j_3 sont à la fréquence gf.

La mise en équation est un peu laborieuse. Elle est détaillée dans l'annexe 3.

Le système d'équations électriques pour la phase statorique a et la phase rotorique 1 s'écrit :

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_S i_a + (L_S - M_S) \frac{di_a}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{RS} J_R \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_o) \right) \\ 0 = R_R j_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = R_R j_1 + (L_R - M_R) \frac{dj_1}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{RS} I_S \sqrt{2} \cos(g \omega t + \psi_o) \right) \end{cases}$$

Avec :

R_S : résistance d'une phase statorique ; R_R : résistance d'une phase rotorique

L_S : inductance propre d'une phase statorique ; L_R : inductance propre d'une phase rotorique

M_S : inductance mutuelle entre deux phases statoriques ; M_R : inductance mutuelle entre deux phases rotoriques

M_{RS} : inductance mutuelle maximale entre les phases statorique et rotorique

ψ_o, θ_o : Déphasages initiaux des courants i_a et j_1 ($i_a = I_S \sqrt{2} \cos(\omega t + \psi_o)$ & $j_1 = J_R \sqrt{2} \cos(g \omega t + \theta_o)$)

Les origine physiques des termes sont :

$$V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_S i_a + \frac{d}{dt} \left(\begin{array}{c} \text{Flux inducteur} \\ \text{sur la phase a} \\ (L_S - M_S) i_a \end{array} \right) + \frac{d}{dt} \left(\begin{array}{c} \text{Flux de reaction magnétique d'induit} \\ \text{sur la phase a} \\ \frac{3}{2} M_{RS} J_R \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_o) \end{array} \right)$$

En notation complexe :

$$\begin{cases} \bar{V}_a = R_S \bar{I}_a + j \omega \frac{\bar{\Phi}_a}{\sqrt{2}} = R_S \bar{I}_a + j (L_S - M_S) \omega \bar{I}_a + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) \omega \bar{J}_1 & (1) \\ 0 = R_R \bar{J}_1 + j g \omega \frac{\bar{\Phi}_1}{\sqrt{2}} = R_R \bar{J}_1 + j (L_R - M_R) g \omega \bar{J}_1 + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) g \omega \bar{I}_a & (2) \end{cases}$$

Dans l'équation (1) les vecteurs tournent tous à ω tandis que dans l'équation (2) ils tournent tous à $g\omega$.

L'équation (2) peut s'écrire également en divisant tous les termes par le glissement :

$$0 = \frac{R_R}{g} \bar{J}_1 + j \omega \frac{\bar{\Phi}_1}{\sqrt{2}} = \frac{R_R}{g} \bar{J}_1 + j (L_R - M_R) \omega \bar{J}_1 + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) \omega \bar{I}_a \quad (2) \quad (\text{les vecteurs « tournent » à } g \omega t)$$

Dans la représentation de Fresnel des vecteurs, ces derniers sont fixes et les grandeurs importantes sont les modules et les déphasages.

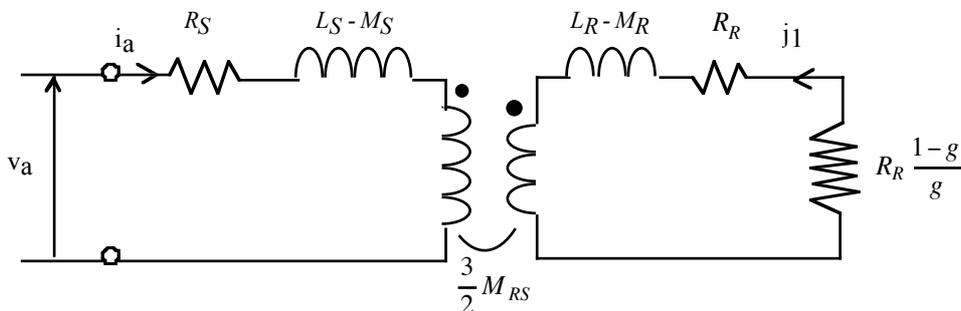
On peut admettre que les vecteurs de l'équation (2) tournent également à ω comme ceux de l'équation (1) et ainsi il est possible de faire une seule représentation de Fresnel pour les grandeurs du stator et celles du rotor.

On dit avoir réduit la fréquence rotorique à la fréquence statorique.

Equations d'une machine asynchrone (figure 4)

$$\begin{cases} \bar{V}_a = R_S \bar{I}_a + j (L_S - M_S) \omega \bar{I}_a + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) \omega \bar{J}_1 \\ 0 = \frac{R_R}{g} \bar{J}_1 + j (L_R - M_R) \omega \bar{J}_1 + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) \omega \bar{I}_a \end{cases}$$

Ce sont les équations d'un transformateur débitant dans $R_R (1-g)/g$. C'est cette résistance qui modélise la conversion électromécanique, donc le couple entre autres. Elles peuvent être traduites par la figure 4.



Dans cette représentation le courant j_1 est à la même fréquence que le courant i_a (le courant statorique réel) alors que le courant rotorique réel est à la fréquence gf .

Figure 4 : schéma équivalent d'une phase d'une machine asynchrone.

La machine asynchrone peut être vue comme un transformateur, le primaire étant l'inducteur (stator) et le secondaire l'induit (rotor). Cependant dans un transformateur classique, l'induction magnétique est fixe alors que l'induction est tournante dans une machine asynchrone.

D'autre part le circuit magnétique d'un transformateur classique est pratiquement sans entrefer, sauf les joints entre les tôles. Par contre pour une machine asynchrone il existe un entrefer mécanique entre le rotor et le stator. Or l'air (l'entrefer) absorbe de nombreux ampères-tours pour créer une induction magnétique : le courant à vide qui crée l'induction magnétique est par conséquent nettement plus élevé dans une machine asynchrone que dans un transformateur classique. De l'ordre du pour-cent du courant assigné dans un transformateur classique, le courant à vide d'une machine asynchrone est d'environ 30 à 60 % du courant assigné du fait de l'entrefer. En conséquence nous ne pouvons pas reprendre la théorie de Kapp du transformateur classique qui néglige le courant à vide ($X_m \rightarrow \infty$).

Dans ce schéma, lorsque g devient négatif, la résistance $R_R (1-g)/g$ est négative, ce qui signifie que la machine fournit de la puissance électrique active P , elle fonctionne donc bien en génératrice asynchrone. Par contre le schéma montre que la machine asynchrone absorbe toujours de la puissance réactive, quelque soit le régime de fonctionnement, puisque le schéma ne comporte que des inductances.

Le circuit équivalent de la figure 4 n'est pas très pratique d'utilisation et nous allons étudier un circuit connexe équivalent, plus simple.

4. Schémas équivalents

Reprenons les équations d'une machine asynchrone avec des notations légèrement différentes :

$$\begin{cases} \bar{V}_a = (R_S + j \omega L_d) \bar{I}_a + j \frac{3}{2} M_{RS} \omega \bar{I}_{ra} & (1) \\ 0 = \left(\frac{R_R}{g} + j \omega L_{cR} \right) \bar{I}_{ra} + j \frac{3}{2} M_{RS} \omega \bar{I}_a & (2) \end{cases}$$

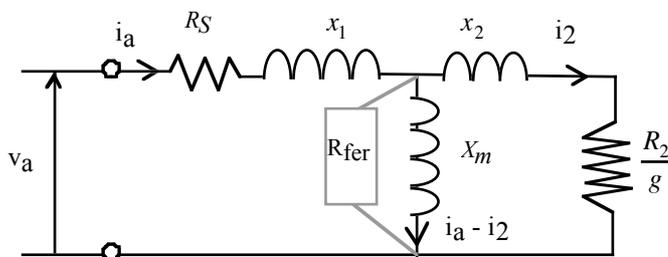
Au lieu de considérer le courant rotorique réduit I_{ra} , nous nous intéressons à un courant I_2 qui lui est proportionnel et opposé :

$$\bar{I}_{ra} = -m \bar{I}_2$$

En multipliant l'équation (2) par ce même coefficient m le système devient en posant : $X_m = m \frac{3}{2} M_{RS} \omega$.

$$\begin{cases} \bar{V}_a = (R_S + j L_d \omega) \bar{I}_a - j X_m \bar{I}_2 = (R_S + j (L_d \omega - X_m)) \bar{I}_a + j X_m (\bar{I}_a - \bar{I}_2) \\ 0 = -\left(\frac{m^2 R_R}{g} + j m^2 L_{cR} \omega \right) \bar{I}_2 + j X_m \bar{I}_a = -\left(\frac{m^2 R_R}{g} + j (m^2 L_{cR} \omega - X_m) \right) \bar{I}_2 + j X_m (\bar{I}_a - \bar{I}_2) \end{cases}$$

Ce système peut être représenté par le schéma de la figure 5.



$$\begin{aligned} X_m &= m \frac{3}{2} M_{RS} \omega \\ x_1 &= L_d \omega - m \frac{3}{2} M_{RS} \omega \\ x_2 &= m^2 L_{cR} \omega - m \frac{3}{2} M_{RS} \omega \\ R_2 &= m^2 R_R \end{aligned}$$

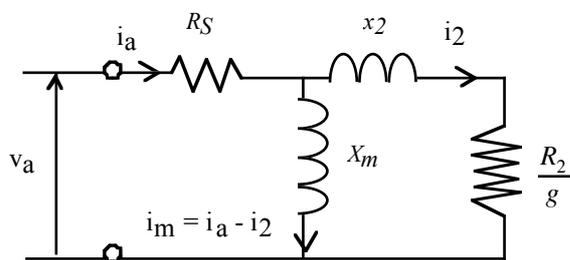
Figure 5 : schéma équivalent connexe d'une phase d'une machine asynchrone.

Ce schéma représente une phase d'une machine asynchrone puisqu'il est issu des équations d'une machine asynchrone, c'est un schéma équivalent. Néanmoins il faut bien noter que si v_a et i_a représentent bien la tension et le courant dans une phase du stator, le courant i_2 n'est pas le courant qui circule dans une phase du rotor, il lui est proportionnel et réduit : i_2 est à la fréquence f alors que les courants rotoriques sont à la fréquence gf . De même la résistance R_2 n'est pas la résistance d'une phase du rotor. Par contre les pertes Joule au rotor restent bien évidemment les mêmes : $R_2 I_2^2 = R_R J_R^2$.

Ce schéma ne prend pas en compte les pertes fer dans le circuit magnétique. Une résistance (R_{fer}) aux bornes de la réactance X_m permet de considérer les pertes fer.

Il y a autant de schémas équivalents que de valeurs de coefficient m . Le schéma de la figure 6 est très souvent adopté pour l'étude des machines asynchrones car il simplifie les calculs ; c'est un schéma équivalent particulier qui correspond à la valeur de m suivante :

$$m = \frac{L_d}{\frac{3}{2} M_{RS}} = \frac{L_S - M_S}{\frac{3}{2} M_{RS}}$$



$$X_m = (L_S - M_S) \omega ; x_2 = \frac{\sigma_{RS}}{1 - \sigma_{RS}} X_m ; R_2 = m^2 R_R ; i_R = m i_2$$

$$m = \frac{L_S - M_S}{\frac{3}{2} M_{SR}} \quad \sigma_{RS} = 1 - \frac{\left(\frac{3}{2} M_{RS}\right)^2}{(L_S - M_S)(L_R - M_R)}$$

v_a, i_a : tension et courant d'une phase statorique
 i_2 : courant d'une phase rotorique ramené au stator
 i_R : courant rotorique réduit à la fréquence du stator
 R_S : résistance d'une phase statorique
 R_R : résistance d'une phase (équivalente) rotorique
 L_S : inductance propre d'une phase statorique
 M_S : inductance mutuelle entre deux phases statoriques
 L_R : inductance propre d'une phase rotorique
 M_R : inductance mutuelle entre deux phases rotoriques
 M_{SR} : inductance mutuelle maximale entre phases statorique et rotorique.
 σ_{SR} : coefficient de dispersion magnétique entre enroulements statorique et rotorique.
 m : rapport de transformation

Figure 6 : schéma équivalent « pratique » d'une phase d'une machine asynchrone.

La détermination des éléments du diagramme s'obtient à partir des essais à vide et à rotor bloqué. La résistance R_S doit être déterminée séparément en utilisant une source de courant continu par exemple. A vide, le glissement est pratique nul et il est possible de négliger le courant i_2 . Les pertes à vide sont principalement constituées par les pertes fer, les pertes mécaniques et les pertes Joule ($3 R_S I_o^2$). Les pertes Joule ne peuvent pas être omises comme dans un transformateur classique puisque le courant à vide n'est pas du tout négligeable (30 à 60 % de la valeur assignée). Les pertes fer sont extraites en faisant varier la tension d'alimentation pour l'essai à vide. Connaissant tension, courant absorbé et résistance, l'essai à vide permet de déterminer la réactance X_m .

En bloquant le rotor, le glissement est maintenu à 1 pendant l'essai. Il est fait sous tension réduite pour limiter le courant absorbé. A partir des relevés de la tension, du courant absorbé ainsi que des puissances active et réactive, les grandeurs x_2 et R_2 peuvent être calculées.

5. Caractéristiques

Le calcul du couple sera effectué à partir des puissances. La figure 7 représente le bilan de puissance à partir de la puissance absorbée au réseau électrique jusqu'à la puissance utile sur l'arbre.

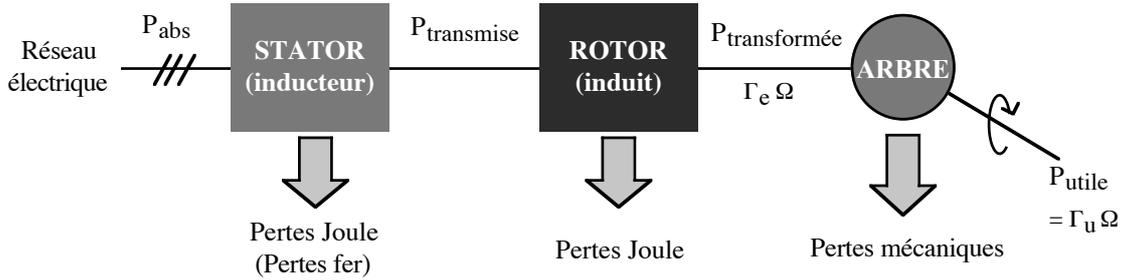


Figure 7 : puissances dans une machine asynchrone.

$$P_{abs} = 3 V_a I_a \cos \varphi = 3 R_S I_a^2 + 3 \frac{R_2}{g} I_2^2$$

$$P_{transmise} = P_{abs} - P_{pertes_{stator}} = 3 \frac{R_2}{g} I_2^2$$

$$P_{transformée} = P_{transmise} - P_{pertes_{rotor}} = 3(1-g) \frac{R_2}{g} I_2^2$$

$$\Gamma_{\text{électromagnétique}} = \frac{P_{transformée}}{\text{vitesse}} = 3 \frac{R_2}{g \Omega_s} I_2^2 = 3 \frac{R_2}{g} \frac{\omega}{p} I_2^2$$

Couple électromécanique Γ_e :

$$\Gamma_{\text{électromagnétique}} = \frac{\text{Pertes Joule rotor}}{\text{vitesse de glissement}}$$

$$\Gamma_{\text{électromagnétique}} = \frac{\text{Puissance transmise}}{\text{vitesse de synchronisme}}$$

Les caractéristiques de la machine asynchrone comme son couple en fonction de la vitesse sont obtenues à partir du schéma équivalent.

Cependant, dans le schéma équivalent de la figure 6, la résistance R_s complique les calculs analytiques, notamment les calculs des courants i_2 et i_m . Comme cette résistance R_s est faible devant les autres impédances, en particulier X_m , il est possible de le simplifier en reportant cette résistance dans la deuxième branche. La figure 8 représente le schéma simplifié. C'est celui-ci qui sera utilisé pour déterminer les caractéristiques.

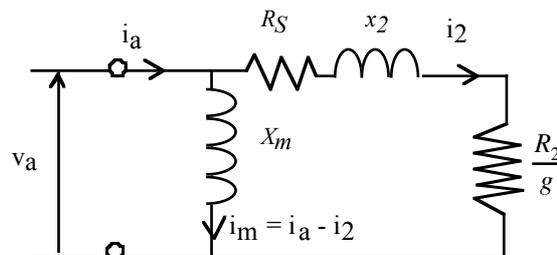


Figure 8 : schéma équivalent « pratique » simplifié d'une phase de d'une machine asynchrone.

Les expressions des courants i_m et i_a deviennent très simples avec ce schéma :

$$\begin{aligned} \bar{I}_m &= \frac{\bar{V}}{j X_m} & I_m &= \frac{V}{X_m} \\ \bar{I}_2 &= \frac{\bar{V}}{\left(R_s + \frac{R_2}{g}\right) + j x_2} & I_2 &= \frac{V}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_2}{g}\right)^2 + x_2^2}} \end{aligned}$$

L'expression du courant I_2 permet de déterminer le couple électromagnétique :

$$\Gamma_{\text{électromagnétique}} = 3 \frac{R_2}{g} \frac{\omega}{p} I_2^2 = 3 \frac{R_2}{g} \frac{\omega}{p} \frac{V^2}{\left(R_s + \frac{R_2}{g}\right)^2 + x_2^2}$$

Le couple est proportionnel au carré de la tension, une baisse de tension de 10 % entraîne donc une diminution du couple de 20 %. La machine asynchrone est sensible à la tension réseau, beaucoup plus que la machine synchrone dont le couple est proportionnel à la tension.

La figure 9 présente le couple d'une machine asynchrone en fonction de sa vitesse. Il y a un couple de démarrage (point A), puis le couple augmente pour passer par un maximum (point B) pour s'annuler à la vitesse de synchronisme. Le point de fonctionnement se situe environ au point F, à environ la moitié du couple maximum.

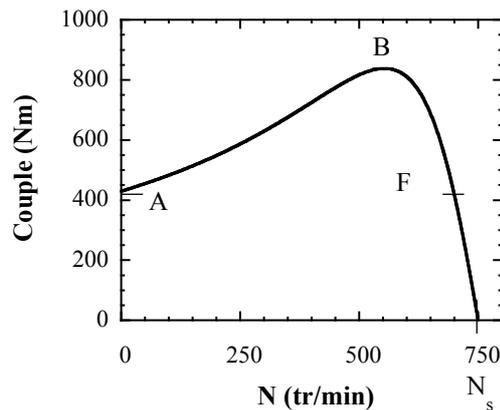


Figure 9 : caractéristique couple-vitesse d'une machine asynchrone.

Le couple maximum et le glissement correspondant sont donnés par les relations :

$$\Gamma_e^{\max} = \frac{3}{2} \frac{V^2}{\omega} \frac{1}{\sqrt{R_s^2 + x_2^2} + R_s} \quad \& \quad g(\Gamma_e^{\max}) = \frac{R_2}{\sqrt{R_s^2 + x_2^2}}$$

Le couple électromagnétique maximum est indépendant de la résistance R_2 , mais la vitesse pour laquelle le couple est maximum dépend de la résistance du rotor. En modifiant la résistance rotorique, il est possible de modifier l'allure de la caractéristique couple-vitesse sans changer le couple maximum. En augmentant la résistance rotorique (aisé avec un rotor bobiné), la vitesse pour laquelle le couple est maximum diminue. Il est possible d'avoir le couple de démarrage égal au couple maximum si la résistance R_2 prend la valeur :

$$R_2 = \sqrt{R_s^2 + x_2^2} \quad (\Gamma_d = \Gamma_e^{\max})$$

Entre la vitesse assignée et celle de synchronisme, zone de fonctionnement normale de fonctionnement de la machine asynchrone, le couple est sensiblement proportionnel au glissement qui reste faible dans cette zone :

$$\Gamma_{\text{électromagnétique}} \underset{\text{faible}}{\approx} \frac{g}{R_2} \frac{3V^2}{\omega} = \frac{U^2}{R_2} \frac{g}{\Omega_s} \quad [U = V \sqrt{3}]$$

La pente de la caractéristique $\Gamma(\Omega)$ est donnée par la résistance R_2 soit la résistance rotorique à un coefficient près.

Le caractéristique couple-vitesse est très importante, mais ce n'est pas la seule. Le courant absorbé, le facteur de puissance et le rendement sont des grandeurs importantes.

Considérons le facteur de puissance ($\cos \varphi$) exprimé via la tangente ($tg \varphi$) :

$$tg \varphi = \frac{R_s + \frac{R_2}{g}}{X_m} \left[1 + \frac{x_2 (X_m + x_2)}{\left(R_s + \frac{R_2}{g} \right)^2} \right] = \frac{R_s + \frac{R_2}{g}}{X_m} \left[1 + \frac{\sigma}{(1-\sigma)^2} \left(\frac{X_m}{R_s + \frac{R_2}{g}} \right)^2 \right]$$

Le facteur de puissance passe par un maximum en fonction de la vitesse, en général proche du synchronisme (figure 10). Ce peut être un critère pour choisir le point de fonctionnement.

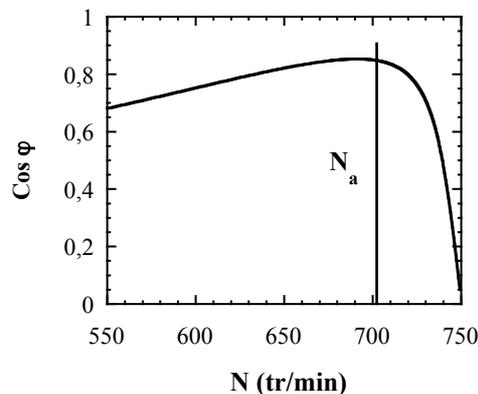


Figure 10 : facteur de puissance en fonction de la vitesse d'une machine asynchrone.

L'expression du courant absorbé est :

$$I_a = \frac{V}{X_m} \sqrt{\frac{\left(R_s + \frac{R_2}{g} \right)^2 + (x_2 + X_m)^2}{\left(R_s + \frac{R_2}{g} \right)^2 + x_2^2}}$$

Le courant absorbé est maximum au démarrage :

$$I_a^d = I_a(g=1) = \frac{V}{X_m} \sqrt{\frac{(R_s + R_2)^2 + (x_2 + X_m)^2}{(R_s + R_2)^2 + x_2^2}} \approx \frac{V}{X_m} \frac{x_2 + X_m}{x_2} = \frac{V}{\sigma_{RS} X_m}$$

Pour réduire l'appel de courant au démarrage qui peut atteindre 4 à 8 fois le courant assigné, il faut soit diminuer la tension (démarrage étoile-triangle), soit augmenter la résistance rotorique. Si le rotor est bobiné, il suffit d'insérer un rhéostat de démarrage. Les résistances sont progressivement supprimées au fur et à mesure que la vitesse augmente.

Dans le cas où le rotor est à cage, il est très intéressant d'exploiter l'effet de peau ou plus exactement le déplacement du courant dans un conducteur. Au démarrage, le courant se répartit uniquement à la périphérie de la cage et augmente sa résistance apparente puisque la section de passage est réduite. Par contre au régime assigné, le fonctionnement est très proche de la vitesse de synchronisme, la fréquence au rotor est faible et le courant se répartit à

travers la section totale d'où une diminution naturelle de la résistance. Ce phénomène est renforcé par une forme particulière de la cage comme indiqué dans la figure 12.

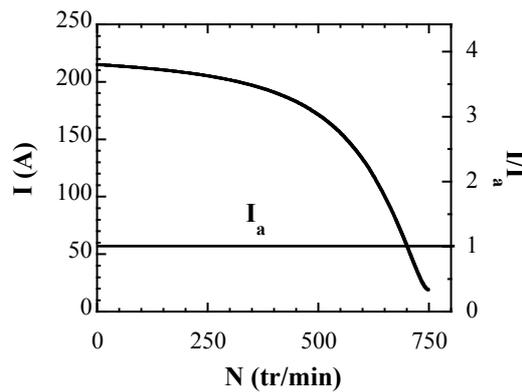


Figure 11 : courant absorbé par une machine asynchrone en fonction de sa vitesse.

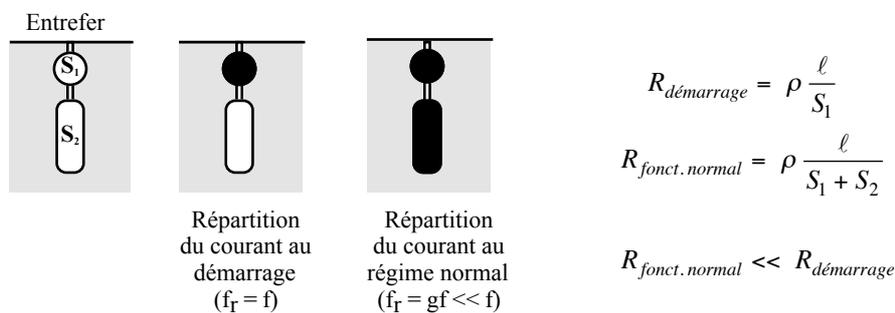


Figure 12 : exemple d'encoche avec effet de déplacement de courant renforcé.

L'expression du rendement « électrique » (pertes mécaniques non considérées) de la machine est donnée par :

$$\eta = \frac{P_e}{P_{abs}} \approx \frac{1-g}{1+g \frac{R_S}{R_2}}$$

Cette expression ne tient pas compte des pertes fer. En considérant les pertes fer, ou en remplaçant correctement la résistance statorique, on retrouve que le rendement est bien nul à la vitesse de synchronisme. Elle indique néanmoins qu'une machine asynchrone doit fonctionner proche de sa vitesse de synchronisme pour avoir un rendement élevé.

6. Variation de vitesse

La vitesse d'une machine asynchrone (tr/min) est donnée par :

$$N = \frac{60 f}{p} (1-g)$$

La vitesse est donc définie par 3 paramètres :

- la fréquence des courants inducteurs (statoriques),
- le nombre de paire de pôles
- le glissement.

Le changement du nombre de pôles est utilisé dans les montages Dalhander, il permet 2 vitesses de rotations. Le rotor doit être à cage pour ne pas avoir à modifier sa polarité. Avoir un glissement important via des résistances ou une variation de la tension d'alimentation modifie la vitesse, mais conduit à un rendement médiocre ($\eta < 1 - g$). Cette technique de variation de vitesse reste donc limitée aux petits moteurs. Avec un rotor bobiné, il est possible de récupérer l'énergie, mais cette technique (cascade hyposynchrone) est peu utilisée.

La seule technique pour réellement piloter une machine asynchrone est de l'alimenter par un convertisseur de puissance à fréquence variable.

7. Ordres de grandeur

P_a (kW)	N_a (tr/min)	I_a (A)	$\cos \varphi$ (100 %)	η (100 %)	I_D/I_a	Masse (kg)
11	967	23,3	0,79	86,3	4,6	105
90	980	164	0,85	93,1	7,2	760
11	1454	21	0,86	88,4	7,7	70
90	1478	164	0,84	94,4	7,6	450
90	1478	162	0,85	95	7,6	565

Tableau : quelques caractéristiques de moteurs asynchrones industriels (Leroy Somer®).

Moteurs asynchrones triphasés à cage Leroy Somer, 1500 tr/min, 380 Volts.

22 kW (30 ch); $I_a = 44$ A ; $I_d = 242$ A ; pleine charge $\eta = 89$ %; $\cos\varphi = 0,85$
 demi-charge $\eta = 88$ %; $\cos\varphi = 0,73$
 Poids : 135 kg ; encombrement : $\varnothing = 330$ mm ; L = 430 mm.

355 kW (480 ch); $I_a = 634$ A ; $I_d = 3300$ A ; pleine charge $\eta = 95,6$ %; $\cos\varphi = 0,89$
 demi-charge $\eta = 94,2$ %; $\cos\varphi = 0,84$
 Poids : 2020 kg ; encombrement : $\varnothing = 800$ mm ; L = 1490 mm.

Moteurs asynchrones triphasés à cage CEGELEC, 1500 tr/min, 6 kV.
 1000 kW (1350 ch); pleine charge $\eta = 96,5$ %; $\cos\varphi = 0,90$
 demi-charge $\eta = 96,1$ %; $\cos\varphi = 0,83$
 Echauffement : 100 °C
 Poids : 4000 kg ; encombrement : $\varnothing = 990$ mm ; L = 2400 mm.

8. Résumé machine asynchrone

Le moteur asynchrone est le moteur électrique (figure 13) le plus répandu du fait de sa simplicité et de sa facilité d'utilisation. Il ne nécessite qu'une seule alimentation triphasée pour fonctionner et démarre tout seul.

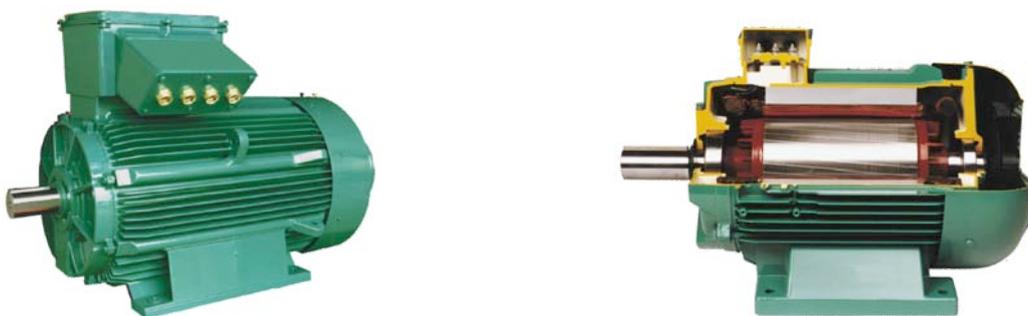
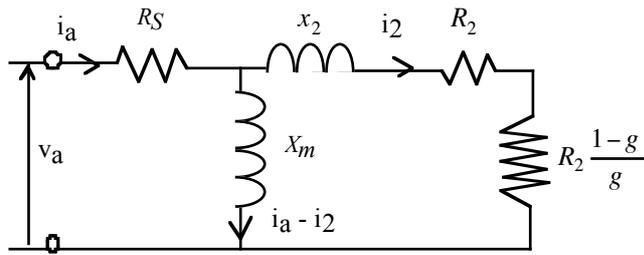


Figure 13 : exemples de moteur asynchrone (photos Leroy-Somer).

Il existe deux grands types de machines asynchrones, à rotor bobiné ou à cage.

Une machine asynchrone est à la base un transformateur à champ tournant et son circuit équivalent en régime permanent est celui d'un transformateur qui débite dans une résistance qui dépend de la vitesse (figure 14). Le courant à vide est nettement plus élevé que celui d'un transformateur conventionnel à cause de l'entrefer mécanique.



$$g = \frac{N_{synch} - N}{N_{synch}}$$

$$N_{synch} = \frac{60 f}{p}$$

N : vitesse (tr / min)

f : fréquence

p : nombre de paires de pôles

Figure 14 : schéma équivalent usuel (phase étoile équivalente) d'une machine asynchrone.

Un moteur asynchrone tourne très généralement proche de sa vitesse de synchronisme donnée par le rapport de la fréquence d'alimentation par le nombre de paire de pôle. Un écart par rapport à la vitesse de synchronisme est indispensable pour induire des courants dans l'induit, le rotor. Le glissement g définit cet écart relatif avec la vitesse de synchronisme. La vitesse de fonctionnement dépend de la charge et de la tension d'alimentation.

Le courant absorbé au démarrage est nettement plus élevé que le courant assigné, de l'ordre de 3 à 6 fois. Il peut être réduit par insertion de résistances adaptées dans le cas d'un rotor bobiné.

La machine asynchrone fonctionne comme génératrice lorsque sa vitesse dépasse la vitesse de synchronisme tant qu'elle absorbe la puissance réactive nécessaire à son fonctionnement. Cette utilisation est restreinte aux faibles puissances, en particulier pour les énergies renouvelables (petites hydrauliques et éoliennes).

La variation de vitesse est possible principalement en changeant la fréquence d'alimentation via un convertisseur de puissance. En modifiant la résistance du rotor dans le cas d'un rotor bobiné, la vitesse varie mais dans un intervalle très réduit si on souhaite maintenir un bon rendement. Il est possible d'avoir plusieurs vitesses aussi en modifiant le nombre de pôles de la machine.

8. Représentation de la machine asynchrone avec les vecteurs « tournants »

Rappel des équations de la machine asynchrone :

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_S i_a + \frac{d\phi_{Sa}}{dt} + \frac{d\phi_{Ra}}{dt} = R_S i_a + (L_S - M_S) \frac{di_a}{dt} + \frac{d\phi_{Ra}}{dt} \\ 0 = R_R j_1 + \frac{dj_1}{dt} = R_r j_1 + \frac{d\phi_{R1}}{dt} + \frac{d\phi_{S1}}{dt} = R_r j_1 + (L_R - M_R) \frac{dj_1}{dt} + \frac{d\phi_{S1}}{dt} \end{cases}$$

$$\phi_{Ra} = m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3 = \frac{3 M_{RS} J_R \sqrt{2}}{2} \cos((\Omega + \omega_R) t + \theta_0)$$

$$\phi_{S1} = m_{a1} i_a + m_{b2} i_b + m_{c3} i_c = \frac{3 M_{RS} I_S \sqrt{2}}{2} \cos(g \omega t + \psi_0)$$

$$\overline{\phi_{Rs}}(t) = \sqrt{3} \frac{3 M_{RS} J_R}{2} e^{j(\Omega + \omega_R)t + \theta_0} = \frac{3}{2} M_{RS} \sqrt{3} J_R e^{j(\Omega + \omega_R)t + \theta_0} = \frac{3}{2} M_{RS} e^{j\Omega t} \overline{j_R}(t)$$

$$\overline{\phi_{Sr}}(t) = \sqrt{3} \frac{3 M_{RS} I_S}{2} e^{j(\omega_R t + \psi_0)} = \sqrt{3} \frac{3 M_{RS} I_S}{2} e^{j(\omega_R t + \psi_0)} = \frac{3}{2} M_{RS} \sqrt{3} I_S e^{j(\omega_S t + \psi_0)} e^{j(\omega_R - \omega_S)t} = \frac{3}{2} M_{RS} \overline{i_S} e^{-j\Omega t}$$

$$\begin{cases} \overline{\phi_S}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} (\phi_a + a \phi_b + a^2 \phi_c) = (L_S - M_S) \overline{i_S}(t) + \frac{3}{2} M_{RS} e^{j\Omega t} \overline{j_R}(t) \\ \overline{\phi_R}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} (\phi_1 + a \phi_2 + a^2 \phi_3) = (L_R - M_R) \overline{j_R}(t) + \frac{3}{2} M_{RS} \overline{i_S}(t) e^{-j\Omega t} \end{cases}$$

Pour simplifier les équations, faisons un changement de variable :

$$\overline{i_2}(t) = -\frac{1}{2} \frac{M_{RS}}{M_S} \overline{j_R}(t) e^{j\Omega t} \quad \& \quad \overline{\phi_2}(t) = -2 \frac{M_S}{M_{RS}} \overline{\phi_R}(t) e^{j\Omega t}$$

Cela revient à ramener les grandeurs rotoriques dans le repère statorique en appliquant une rotation. Les grandeurs $\overline{i_2}(t)$ et $\overline{\phi_2}(t)$ tournent à la même vitesse que $\overline{i_S}(t)$ soit ω .

L'expression du nouveau vecteur tournant issu du flux rotorique ($\overline{\phi_2}(t)$) :

$$\overline{\phi_2}(t) = -2 \frac{M_S}{M_{RS}} \left[(L_R - M_R) \overline{j_R}(t) + \frac{3}{2} M_{RS} \overline{i_S}(t) e^{-j\Omega t} \right] e^{j\Omega t}$$

$$\overline{\phi_2}(t) = \left(2 \frac{M_S}{M_{RS}} \right)^2 (L_R - M_R) \overline{i_2}(t) - 3 M_S \overline{i_S}(t)$$

$$\overline{\phi_2}(t) = L_2 \overline{i_2}(t) - 3 M_S \overline{i_S}(t)$$

$$\text{Avec : } L_2 = \left(2 \frac{M_S}{M_{RS}} \right)^2 (L_R - M_R)$$

$$\overline{j_R}(t) = -2 \frac{M_S}{M_{RS}} \overline{i_2}(t) e^{-j\Omega t} \quad \& \quad \overline{\phi_R}(t) = -\frac{1}{2} \frac{M_{RS}}{M_S} \overline{\phi_2}(t) e^{-j\Omega t}$$

$$\frac{d\overline{\phi_R}(t)}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{M_{RS}}{M_S} \left[\frac{d\overline{\phi_2}(t)}{dt} - j \Omega \overline{\phi_2}(t) \right] e^{-j\Omega t}$$

Les équations de la machine asynchrone sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{v}_S(t) = R_S \overline{i}_S(t) + \frac{d\overline{\phi}_S(t)}{dt} \\ 0 = R_R \overline{j}_R(t) + \frac{d\overline{\phi}_R(t)}{dt} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{\phi}_S(t) = (L_S - M_S) \overline{i}_S(t) + \frac{3}{2} M_{RS} e^{j\Omega t} \overline{j}_R(t) \\ \overline{\phi}_R(t) = (L_R - M_R) \overline{j}_R(t) + \frac{3}{2} M_{RS} \overline{i}_S(t) e^{-j\Omega t} \end{array} \right.$$

En introduisant le vecteur courant $\overline{i}_2(t)$: $\overline{\phi}_S(t) = (L_S - M_S) \overline{i}_S(t) - 3 M_S \overline{i}_2(t)$

L'équation du rotor s'écrit :

$$0 = R_R \overline{j}_R(t) + \frac{d\overline{\phi}_R(t)}{dt} = R_R \overline{j}_R(t) - \frac{1}{2} \frac{M_{RS}}{M_S} \left[\frac{d\overline{\phi}_2(t)}{dt} - j \Omega \overline{\phi}_2(t) \right] e^{-j\Omega t}$$

$$0 = -2 \frac{M_S}{M_{RS}} R_R \overline{j}_R(t) e^{j\Omega t} + \frac{d\overline{\phi}_2(t)}{dt} - j \Omega \overline{\phi}_2(t)$$

Soit : $0 = R_2 \overline{j}_2(t) + \frac{d\overline{\phi}_2(t)}{dt} - j \Omega \overline{\phi}_2(t)$

$$\text{Avec : } R_2 = \left(2 \frac{M_S}{M_{RS}} \right)^2 R_R$$

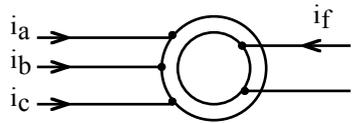
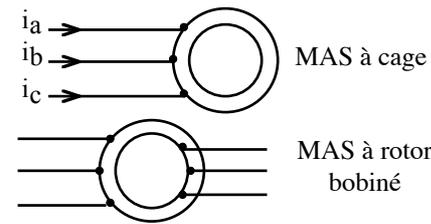
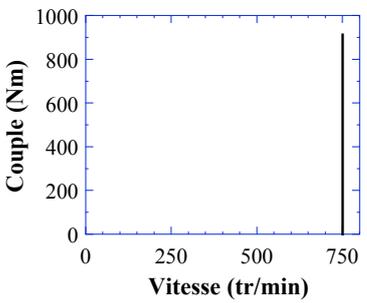
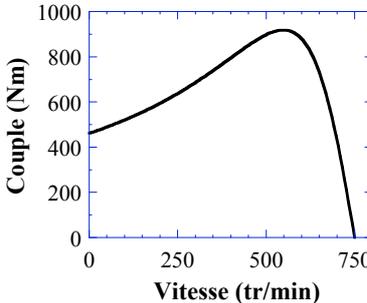
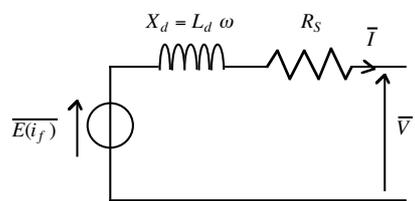
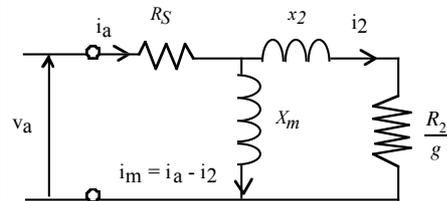
Et finalement l'équation rotorique avec le changement de variable s'écrit : $0 = R_2 \overline{j}_2(t) + \frac{d\overline{\phi}_2(t)}{dt} - j \Omega \overline{\phi}_2(t)$

En résumé les deux équations de la machine asynchrone sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{v}_S(t) = R_S \overline{i}_S(t) + \frac{d\overline{\phi}_S(t)}{dt} \\ 0 = R_2 \overline{i}_2(t) + \frac{d\overline{\phi}_2(t)}{dt} - j \Omega \overline{\phi}_2(t) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{\phi}_S(t) = (L_S - M_S) \overline{i}_S(t) - 3 M_S \overline{i}_2(t) \\ \overline{\phi}_2(t) = L_2 \overline{i}_2(t) - 3 M_S \overline{i}_S(t) \end{array} \right.$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} \overline{i}_2(t) = -\frac{1}{2} \frac{M_{RS}}{M_S} \overline{j}_R(t) e^{j\Omega t} \\ R_2 = \left(2 \frac{M_S}{M_{RS}} \right)^2 R_R \text{ \& } L_2 = \left(2 \frac{M_S}{M_{RS}} \right)^2 (L_R - M_R) \end{array} \right.$$

Récapitulatif
Comparaison machines synchrones et asynchrones
(tableau)
Machines à 4 pôles – 50 Hz

	Machine synchrone (MS)	Machine asynchrone (MAS)
Représentation		
Induit	Stator (très généralement) Bobinage polyphasé (triphasé)	Rotor <ul style="list-style-type: none"> • Cage d'écureuil • Bobiné
Inducteur	Rotor (très généralement) <ul style="list-style-type: none"> • Electroaimant DC • Aimants permanents 	Stator Bobinage polyphasé (triphasé)
Caractéristique couple – vitesse (moteur)		
Vitesse	$\Omega = \Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$ f : fréquence ; p : nombre de paire de pôles	$\Omega = (1 - g) \Omega_s = (1 - g) \frac{2\pi f}{p}$ g : glissement, faible en régime permanent (qq %)
Schéma équivalent (phase étoile équivalente)		
Puissance active	P > 0 ou < 0 Moteur ou générateur synchrone	P > 0 ou < 0 Moteur ou génératrice asynchrone
Puissance réactive	Q > 0 ou < 0 Une MS absorbe ou fournit de la puissance réactive en fonction de son courant d'excitation / inducteur.	Q > 0 (convention récepteur) Une MAS absorbe toujours de la puissance réactive, ne peut pas en fournir.
Variation de vitesse	Convertisseur de fréquence	Convertisseur de puissance (Résistance et tension (petits moteurs)) (cascade hyposynchrone)
Avantages	Très performante Absorbe ou fournit de la puissance réactive Moins sensible à la tension ($\Gamma \propto V$ (MS) ; $\Gamma \propto V^2$ (MAS))	Très simple, coût faible Démarré toute seule Une seule alimentation
Inconvénients	Ne démarre pas toute seule Plus coûteuse qu'une MAS Deux alimentations sauf si aimants permanents	Absorbe toujours de la puissance réactive Rendement inférieur à celui d'une MS Couple massique inférieur à MS

ANNEXES

Annexe 1 – Formules et éléments mathématiques

	$\overrightarrow{\text{grad}} V$	$\text{div } \vec{A}$ ∇V	$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$
Repère cartésien $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ $\frac{\partial^2 V}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 z^2}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$
Repère cylindrique $\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ z \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial (rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ $\frac{\partial^2 V}{\partial^2 r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial^2 \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 z^2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \end{pmatrix}$

Quelques relations et formules :

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{grad}} V) = 0 \quad \text{div} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = 0$$

$$\text{div} (V \vec{A}) = V \text{div} (\vec{A}) + \vec{A} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} V \quad \text{div} (\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} - \vec{A} \cdot \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}$$

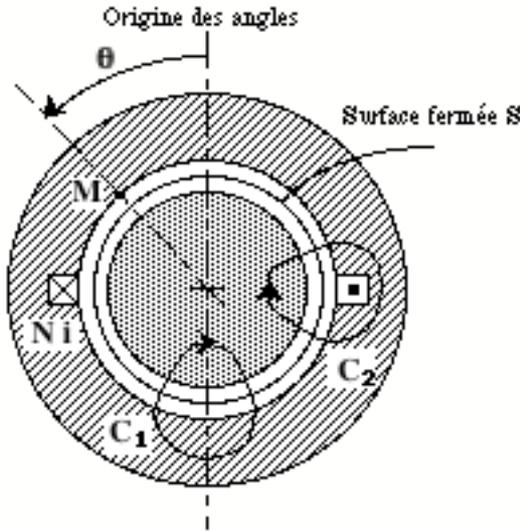
$$\overrightarrow{\text{rot}} (V \vec{A}) = V \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}} V \wedge \vec{A} \quad \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div } \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

$$\rightarrow \text{Formule de Stokes : } \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{\text{Surface}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \cdot d\vec{S} \quad \begin{cases} C : \text{contour fermé} \\ S : \text{orientée par le parcours de } C \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{Formule d'Ostrogradski : } \oiint_{\text{Surface}} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\text{Volume}} \text{div } \vec{A} \cdot d\vec{\vartheta} \quad \begin{cases} S : \text{surface fermée} \\ \vartheta : \text{volume dans } S \end{cases}$$

Annexe 2 - Champ créé par un courant dans l'entrefer d'une machine

Considérons la structure de la figure A1 avec une encoche par pôle et un enroulement diamétral (ouverture π). Calculons l'induction magnétique créée par cet enroulement dans l'entrefer.



Circuit magnétique :

$$\mu_r \rightarrow \infty \Rightarrow \begin{cases} -H = 0 \text{ dans tout le circuit magnétique} \\ -\text{induction et champ radiaux dans l'entrefer} \end{cases}$$

L'entrefer est supposé suffisamment petit pour que le champ et l'induction y varient très peu.

$$\text{Dans l'entrefer } (R < r < R + e) : \begin{cases} \vec{B}(r, \theta) \approx \vec{B}(R, \theta) = B(R, \theta) \vec{u}_r \\ \vec{H}(r, \theta) \approx \vec{H}(R, \theta) = H(R, \theta) \vec{u}_\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} e : \text{largeur d'entrefer} \\ R : \text{rayon de l'entrefer} \\ L_z : \text{longueur axiale de la machine} \\ N : \text{nombre de spires en série par pôle} \\ \text{(nombre de conducteurs dans une encoche)} \end{cases}$$

Figure A1 : système avec un enroulement diamétral inséré dans un circuit magnétique.

L'effet perturbateur des encoches qui créent des variations locales importantes de réluctance, est négligée.

- Théorème d'Ampère appliqué au contour C_1 (figure A1) :

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} : \quad \oint_{C_1} \vec{H} d\vec{l} = 0 = \int_{\text{Entrefer}} \vec{H} d\vec{l} = H(\theta_1) e - H(\theta_2) e \Rightarrow \boxed{H(\theta) = \text{const} \tan \theta e = H_1 = \frac{B_1}{\mu_0}}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} : \quad \text{de même : } \boxed{H(\theta) = \text{const} \tan \theta e = H_2 = \frac{B_2}{\mu_0}}$$

- Théorème d'Ampère appliqué au contour C_2 (figure A1) :

$$\oint_{C_2} \vec{H} d\vec{l} = N i = \int_{\text{Entrefer}} \vec{H} d\vec{l} = H(\theta_1) e + H(\theta_2) e \Rightarrow B_1 + B_2 = \mu_0 \frac{Ni}{e}$$

- Conservation du flux pour la surface S (figure A1) :

$$\text{Div } \vec{B} = 0 : \quad \oiint_S \vec{B} \cdot \vec{n} R d\theta dz = 0 \Rightarrow B_1 \pi R L_z - B_2 \pi R L_z = 0 \Rightarrow \boxed{B_1 = B_2 = \mu_0 \frac{Ni}{2e}}$$

La figure A2 donne donc l'évolution de l'induction magnétique dans l'entrefer.

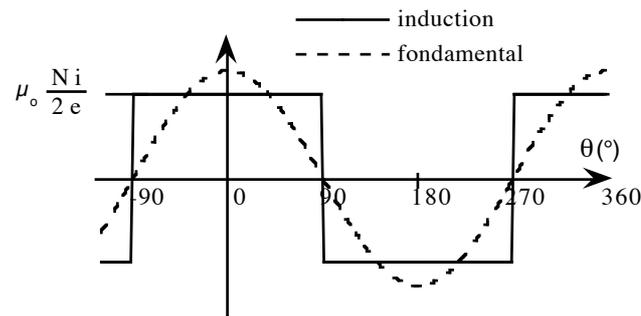


Figure A2 : induction magnétique et son fondamental créés par l'enroulement de la figure A1.

La figure A3 donne la répartition de l'induction ainsi que les lignes de champ avec le logiciel d'éléments finis Flux®. L'évolution de la composante normale de l'induction donnée par le logiciel (figure A4) est très proche de la répartition théorique (figure A2).

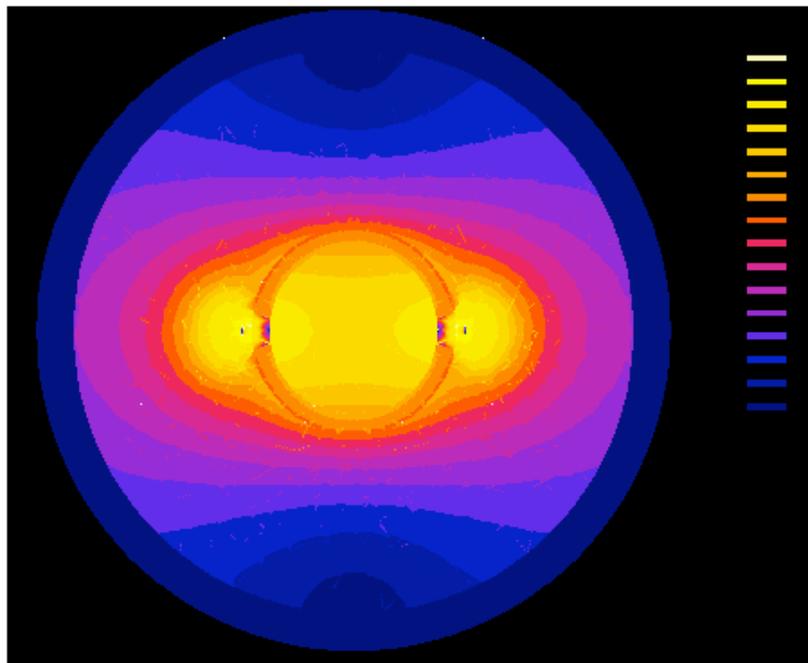


Figure A3 : dégradé d'induction magnétique créée par un enroulement diamétral (Flux2D).

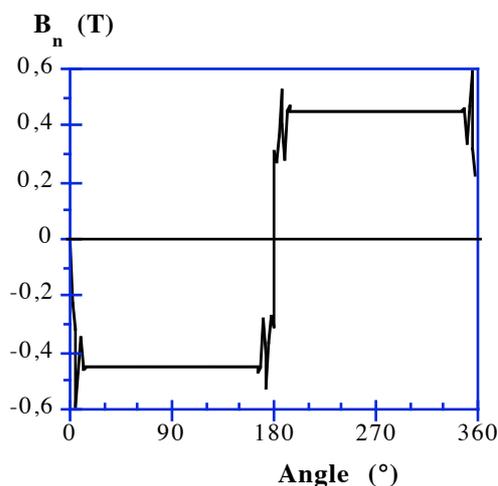


Figure A4 : composantes normale de l'induction magnétique au centre de l'entrefer.

En répartissant l'enroulement sur plusieurs encoches correctement disposées, on peut obtenir une induction proche de la sinusoïde dans l'entrefer.

$$B(\theta) \approx B_m \cos \theta \quad B_m = \mu_o \frac{4 N_s k_b}{\pi 2 e} i \quad \left\{ \begin{array}{l} N_s : \text{nombre de spires en série} \\ e : \text{entrefer} \\ k_b : \text{coefficient de bobinage} \end{array} \right.$$

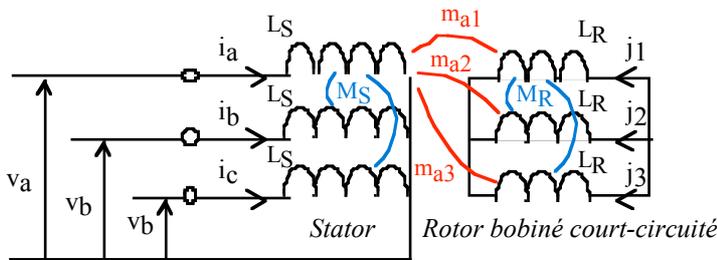
$$B(\theta) = K i \cos \theta \quad K = \mu_o \frac{4 N_s k_b}{\pi 2 e}$$

Le coefficient $4/\pi$ provient de la décomposition en série de Fourier de l'induction magnétique en créneau de la figure A2 (fondamental). En effet, le coefficient de bobinage se réfère toujours à un bobinage diamétral avec une encoche par pôle.

Annexe 3 - Mise en équation de la machine asynchrone

On considère une machine asynchrone triphasée à rotor bobiné dont les trois phases sont court-circuitées. Les phases du stator sont a, b et c, celles du rotor 1, 2 et 3 (figure A1).

La figure A1 donne le schéma équivalent de la machine asynchrone.



Attention :

- Les inductances mutuelles m_{a1} , m_{a2} et m_{a3} dépendent du temps dès que le rotor tourne
- Les fréquences ne sont pas les mêmes dans les deux circuits :
 - f pour i_a , i_b et i_c (stator)
 - gf pour j_1 , j_2 et j_3 (rotor)

Figure A1 : représentation sous forme de circuits d'une machine asynchrone.

(pour des raisons de clarté, seules des inductances mutuelles entre la phase a et celles du rotor sont représentées)

Les notations sont les suivantes :

i_a, i_b, i_c : courants du stator (phases a, b et c) j_1, j_2, j_3 : courants du rotor (phases 1, 2 et 3)

indice S : stator ; indice R : rotor

R_S : résistance d'une phase statorique ; R_R : résistance d'une phase rotorique

L_S : inductance propre d'une phase statorique ; L_R : inductance propre d'une phase rotorique

M_S : inductance mutuelle entre deux phases statoriques ; M_R : inductance mutuelle entre deux phases rotoriques

m_{ij} : inductance mutuelle entre la phase i du stator et la phase j du rotor

(m_{a1} : inductance mutuelle entre la phase a du stator et la phase 1 du rotor).

M_{RS} : inductance mutuelle maximale entre des phases statorique et rotorique

M_{RS} : amplitude de l'inductance mutuelle entre la phase i du stator et la phase j du rotor.

Les équations de fonctionnement en régime permanent sont données, comme toujours, par la loi de Lenz (convention récepteur) pour les phases statoriques et rotoriques, par exemple la phase a du stator et la phase 1 du rotor.

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} \\ 0 = R_R j_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \end{cases} \quad (\text{phases rotoriques court-circuitées})$$

Où ϕ_a est le flux total à travers la phase statorique a et ϕ_1 est le flux total à travers la phase rotorique 1.

Les flux ϕ_a et ϕ_1 dépendent des trois courants statoriques (i_a , i_b et i_c) et des trois courant rotoriques (j_1 , j_2 et j_3).

Dans ces équations, les courants statoriques i_a , i_b et i_c sont à la fréquence f tandis que les courant rotoriques j_1 , j_2 et j_3 sont à la fréquence gf .

Rappel des notations pour les flux :

$$\begin{cases} \varphi : \text{flux moyen ins tan tan né à travers les } N \text{ spires en série} \\ \phi : \text{flux total ins tan tan né à travers les } N \text{ spires en série } (\phi = N\varphi) \\ \Phi : \text{valeur maximale du flux total } \phi \text{ (amplitude de } \phi) \end{cases}$$

Pour établir les équations de la machine asynchrone, il faut exprimer le flux total à travers la phase statorique a (ϕ_a) et le flux total à travers la phase rotorique 1 (ϕ_1).

Considérant la machine linéaire, les flux s'expriment à partir des inductances propres et mutuelles et des courants :

$$\begin{cases} \phi_a = \phi_a(i_a, i_b, i_c, j_1, j_2, j_3) = L_S i_a + M_S i_b + M_S i_c + m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3 \\ \phi_1 = \phi_1(i_a, i_b, i_c, j_1, j_2, j_3) = L_R j_1 + M_R j_2 + M_R j_3 + m_{a1} i_a + m_{b1} i_b + m_{c1} i_c \end{cases}$$

Les courants statoriques et rotoriques forment des systèmes triphasés équilibrés $\begin{cases} i_a + i_b + i_c = 0 \\ j_1 + j_2 + j_3 = 0 \end{cases}$:

$$\begin{cases} \phi_a = \phi_a(i_a, i_b, i_c, j_1, j_2, j_3) = \underbrace{(L_S - M_S)}_{\text{Flux total}} i_a + \underbrace{m_{a1}}_{\text{Flux inducteur}} j_1 + \underbrace{m_{a2}}_{\text{Flux réaction magnétique d'induit}} j_2 + m_{a3} j_3 \\ \phi_1 = \phi_1(i_a, i_b, i_c, j_1, j_2, j_3) = \underbrace{(L_R - M_R)}_{\text{Flux total}} j_1 + \underbrace{m_{a1}}_{\text{Flux réaction magnétique d'induit}} i_a + \underbrace{m_{b1}}_{\text{Flux inducteur}} i_b + \underbrace{m_{c1}}_{\text{Flux inducteur}} i_c \end{cases}$$

Les équations de fonctionnement deviennent alors :

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_S i_a + (L_S - M_S) \frac{di_a}{dt} + \frac{d}{dt} (m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3) \\ 0 = R_R j_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = R_R j_1 + (L_R - M_R) \frac{dj_1}{dt} + \frac{d}{dt} (m_{a1} i_a + m_{b1} i_b + m_{c1} i_c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_S i_a + \frac{d\phi_{Sa}}{dt} + \frac{d\phi_{Ra}}{dt} = R_S i_a + (L_S - M_S) \frac{di_a}{dt} + \frac{d\phi_{Ra}}{dt} \\ 0 = R_R j_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = R_R j_1 + \frac{d\phi_{R1}}{dt} + \frac{d\phi_{S1}}{dt} = R_R j_1 + (L_R - M_R) \frac{dj_1}{dt} + \frac{d\phi_{S1}}{dt} \end{cases}$$

La figure A2 représente les schémas équivalents à ces deux équations.

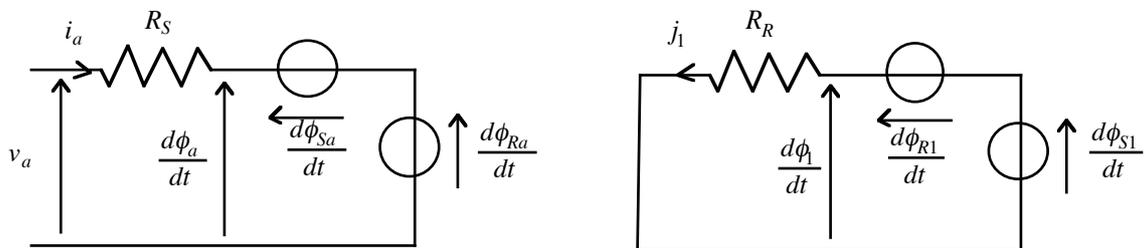


Figure A2 : schémas équivalents d'une phase statorique et d'une phase rotorique avec les différents flux.

Par hypothèses, le régime est permanent et établi, les systèmes de courants statorique et rotorique sont triphasés équilibrés. Les fréquences statorique et rotorique sont respectivement f et gf . Pour que le rotor tourne dans le sens trigonométrique, les systèmes de courant statorique, donc rotorique, doivent être inverses :

$$\begin{cases} i_a = I_S \sqrt{2} \cos(\omega t + \psi_0) \\ i_b = I_S \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \psi_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c = I_S \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \psi_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} j_1 = J_R \sqrt{2} \cos(g\omega t + \theta_0) \\ j_2 = J_R \sqrt{2} \cos\left(g\omega t + \theta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \\ j_3 = J_R \sqrt{2} \cos\left(g\omega t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

À $t = 0$, les axes de la phase a statorique et de la phase rotorique 1 sont supposés confondus (choix de l'origine des temps). L'angle du rotor par rapport à l'origine des phases défini par l'axe de la phase a s'écrit :

$$\theta_R = \Omega_R t$$

La figure A3 représente une machine asynchrone à rotor bobiné avec les différentes inductances propres et mutuelles.

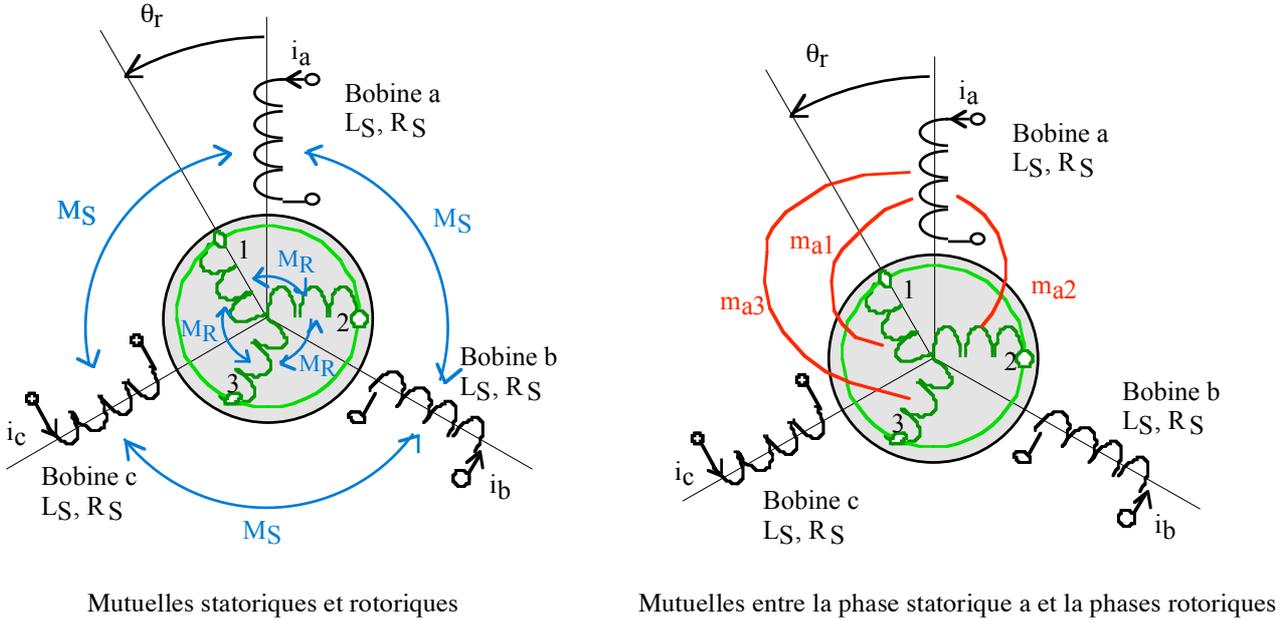


Figure A3 : machine asynchrone à rotor bobiné dipolaire, notations.

Dans ces conditions, les inductances mutuelles entre les phases statoriques et rotoriques s'expriment :

$$\begin{cases} m_{a1} = M_{RS} \cos(p \Omega_R t) \\ m_{a2} = M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m_{a3} = M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} m_{a1} = M_{RS} \cos(p \Omega_R t) \\ m_{b2} = M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m_{c3} = M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t - \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Le flux résultant sur la phase statorique a des courants rotoriques j_1, j_2 et j_3 (ϕ_{Ra}) s'écrit :

$$\begin{aligned} \phi_{Ra} &= m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3 = M_{RS} \cos(p \Omega_R t) J_R \sqrt{2} \cos(g \omega t + \theta_0) \\ &\quad + M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t - \frac{2\pi}{3}\right) J_R \sqrt{2} \cos\left(g \omega t + \theta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \\ &\quad + M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t + \frac{2\pi}{3}\right) J_R \sqrt{2} \cos\left(g \omega t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \phi_{Ra} &= m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3 = \frac{M_{RS} J_R \sqrt{2}}{2} \left[\cos(p \Omega_R t + g \omega t + \theta_0) + \cos(p \Omega_R t - g \omega t - \theta_0) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(p \Omega_R t + g \omega t + \theta_0\right) + \cos\left(p \Omega_R t - g \omega t - \theta_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(p \Omega_R t + g \omega t + \theta_0\right) + \cos\left(p \Omega_R t - g \omega t - \theta_0 + \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ \phi_{Ra} &= m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3 = \frac{3 M_{RS} J_R \sqrt{2}}{2} \cos(p \Omega_R t + g \omega t + \theta_0) \end{aligned}$$

$$\text{Or : } p \Omega_R = p(1-g) \Omega_S = (1-g) p \Omega_S = (1-g) \omega \Rightarrow p \Omega_R + g \omega = \omega$$

$$D'où : \phi_{Ra} = m_{a1} j_1 + m_{a2} j_2 + m_{a3} j_3 = \frac{3 M_{RS} J_R \sqrt{2}}{2} \cos(\omega t + \theta_0)$$

Le flux résultant sur la phase statorique a des courants rotoriques j_1, j_2 et j_3 , (ϕ_{Ra}) soit aussi le flux de réaction magnétique d'induit, est un flux sinusoïdal à la fréquence statorique f .

Déterminons maintenant le flux résultant sur la phase rotorique 1 des courants statoriques i_a, i_b et i_c (ϕ_{S1}) :

$$\begin{aligned} \phi_{S1} &= m_{a1} i_a + m_{b2} i_b + m_{c3} i_c = M_{RS} \cos(p \Omega_R t) I_S \sqrt{2} \cos(\omega t + \psi_0) \\ &\quad + M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t + \frac{2\pi}{3}\right) I_S \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \psi_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \\ &\quad + M_{RS} \cos\left(p \Omega_R t - \frac{2\pi}{3}\right) I_S \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \psi_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{S1} &= m_{a1} i_a + m_{b2} i_b + m_{c3} i_c = \frac{M_{RS} I_S \sqrt{2}}{2} \left[\cos(p \Omega_R t - \omega t - \psi_0) + \cos(p \Omega_R t + \omega t + \psi_0) \right. \\ &\quad \left. + \cos(p \Omega_R t - \omega t - \psi_0) + \cos\left(p \Omega_R t + \omega t + \psi_0 + \frac{4\pi}{3}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos(p \Omega_R t - \omega t - \psi_0) + \cos\left(p \Omega_R t + \omega t + \psi_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\phi_{S1} = m_{a1} i_a + m_{b2} i_b + m_{c3} i_c = \frac{3 M_{RS} I_S \sqrt{2}}{2} \cos(p \Omega_R t - \omega t - \psi_0)$$

$$\text{Or : } p \Omega_R = p(1-g) \Omega_S = (1-g) p \Omega_S = (1-g) \omega \Rightarrow p \Omega_R - \omega = -g \omega$$

$$\phi_{S1} = m_{a1} i_a + m_{b2} i_b + m_{c3} i_c = \frac{3 M_{RS} I_S \sqrt{2}}{2} \cos(g \omega t + \psi_0)$$

Le flux résultant sur la phase rotorique 1 des courants statorique i_a, i_b et i_c , soit le flux inducteur (ϕ_{S1}), est un flux sinusoïdal à la fréquence rotorique gf .

Le système d'équations électriques pour la phase statorique a et la phase rotorique 1 devient par conséquent :

$$\begin{cases} V_a = R_S i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_S i_a + (L_S - M_S) \frac{di_a}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{RS} J_R \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_0) \right) \\ 0 = R_R j_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = R_r j_1 + (L_R - M_R) \frac{dj_1}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{RS} I_S \sqrt{2} \cos(g \omega t + \psi_0) \right) \end{cases}$$

En notation complexe :

$$\begin{cases} \overline{V}_a = R_S \overline{I}_a + j \omega \frac{\overline{\Phi}_a}{\sqrt{2}} = R_S \overline{I}_a + j (L_S - M_S) \omega \overline{I}_a + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) \omega \overline{J}_1 & (1) \\ 0 = R_R \overline{J}_1 + j g \omega \frac{\overline{\Phi}_1}{\sqrt{2}} = R_R \overline{J}_1 + j (L_R - M_R) g \omega \overline{J}_1 + j \left(\frac{3}{2} M_{RS} \right) g \omega \overline{I}_a & (2) \end{cases}$$

Annexe 4 – Petite chronologie de l'électricité

("Les grandes dates de l'électricité", Société Française des Electriciens)

- 1800 Volta découvre la pile.
- 1812 Fourier crée l'analyse harmonique.
- 1820 Oersted découvre la déviation d'une aiguille aimantée par un courant.
Ampère fait connaître les lois fondamentales de l'électromagnétisme.
Laplace calcule la force résultante d'un courant et d'une induction.
Biot et Savart mesurent les inductions créées par des courants.
- 1821 Seebeck découvre la thermoélectricité.
- 1824 Poisson donne la théorie mathématique du magnétisme.
- 1827 Ohm publie la loi d'"Ohm".
Fourneyron invente la turbine hydraulique.
- 1828 Barlow invente la roue de "Barlow".
- 1831 Faraday découvre les lois de l'induction.
- 1832 Henry expose la théorie de l'auto-induction.
Pixii construit la première machine tournante hétéropolaire.
Morse conçoit son télégraphe électrique.
- 1833 Faraday découvre les lois quantitatives de l'électrolyse.
Lenz établit la loi donnant le sens du courant.
- 1834 Peltier découvre l'effet "Peltier".
- 1839 A. Bequerel invente la cellule photovoltaïque.
Grove invente une pile à gaz, première pile à combustible.
- 1841 Joule formule l'effet "Joule".
- 1844 Wheatstone invente un pont pour mesurer des résistances.
- 1855 Foucault découvre les courants induits dans les masses métalliques.
- 1856 Plante invente l'accumulateur électrique.
- 1865 Maxwell édifie la théorie électromagnétique de la lumière (équations de Maxwell).
- 1866 Leclanché invente la pile "Leclanché".
- 1869 Berges commence ses premiers travaux hydroélectriques à Lancey près de Grenoble.
Gramme invente le collecteur.

- 1871 Gramme présente la première dynamo.
- 1876 Bell met au point et développe le téléphone.
- 1879 Siemens construit la première locomotive électrique.
- 1880 P. & M. Curie découvre la piézoélectricité.
Hall découvre l'effet "Hall".
Warburg découvre l'hystérésis magnétique.
- 1882 Tesla découvre le phénomène de champ tournant.
Edison exploite la première centrale (400 lampes, 59 clients).
- 1883 Deprez réalise un "transport de force" entre Grenoble et Vizile.
Thevenin démontre le théorème de "Thevenin".
- 1884 Gaulard et Gibbs communiquent le principe de générateur secondaire (le transformateur).
- 1884 Poynting établit le théorème de "Poynting".
- 1886 Hopkinson publie sur les dynamos, en particulier le dimensionnement du circuit magnétique.
Hertz détecte les ondes électromagnétiques.
Stanbley met en oeuvre le premier réseau alternatif.
- 1888 Ferraris et Tesla réalisent indépendamment le premier moteur à induction.
- 1892 Boucherot et Blondel donnent la théorie du couplage des alternateurs.
- 1895 Roentgen découvre les rayons X.
P. Curie publie sur le magnétisme (point de Curie).
- 1896 Marconi réalise les premières radiocommunications.
H. Becquerel découvre la radioactivité.
- 1900 Boucherot énonce le principe de conservation de la puissance réactive.
- 1901 Marconi réalise la première liaison radio transatlantique.
- 1907 Weiss établit une théorie du magnétisme.
- 1911 Kammerling Onnes découvre la supraconductivité.
- 1913 Langmur invente la lampe à filament de tungstène.